MASTER

de sciences et technologies, Mention

MATHÉMATIQUES ET APPLICATIONS

Sorbonne-Université

Année 2018-2019

[version du 17 juin 2019]

Table des matières

Chapitre 1

Master 1

1.1 Objectifs

Le master 1 est la première année du master au cours de laquelle les étudiants doivent d'abord acquérir ou revoir des éléments fondamentaux pour la poursuite d'un cursus mathématique de haut niveau. Un choix assez large d'UE dites *fondamentales* doit permettre ce type d'acquisition. Par ailleurs, des UE *d'orientation* permettent aux étudiants de faire un choix d'orientation en préparation de la seconde année du master, et du choix de l'une des huit spécialités du master 2, la seconde année du master.

1.2 Choix des unités d'enseignement du M1

Au premier semestre, l'étudiant doit choisir deux UE fondamentales de 12 ECTS chacune, ou une UE fondamentale de 12 ECTS et deux UE de 6 ECTS. Par ailleurs, l'étudiant doit s'inscrire obligatoirement à une UE de langue (3 ou 6 ECTS [1]) : Anglais, Allemand, Espagnol, Russe ou encore Français pour les étudiants étrangers. De plus, l'étudiant en présentiel doit s'inscrire obligatoirement à la nouvelle UE Orientation et Insertion professionnelle (3 ECTS).

Au second semestre, toutes les combinaisons sont permises pour constituer un ensemble d'UE équivalent à 30 ECTS.

Afin d'éviter les parcours pédagogiques thématiquement trop étroits, certaines restrictions s'appliquent toutefois à l'ensemble des UE qu'il est possible de choisir au cours de l'année (voir le paragraphe 1.6).

Le choix des UE de M1 doit se faire en fonction des spécialités du M2 visées.

1.3 Responsable

Thierry Lévy (`thierry.levy@sorbonne-universite.fr`) est le responsable du Master 1. Il en coordonne l'organisation et dirige l'équipe pédagogique chargée de la mise en place des enseignements.

1. L'UE de langue compte 6 ECTS pour les étudiants à distance et 3 ECTS pour les étudiants présents, ces derniers suivant également l'UE d'OIP à 3 ECTS.

1.4 Orientation et Insertion Professionnelle (OIP)

L'orientation et l'insertion professionnelle des étudiants de master font l'objet d'une attention particulière à Sorbonne Université. Le site
http://www.master.ufrmath.upmc.fr/fr/niveau_m1.html
(onglet Insertion professionnelle) fournit de plus amples détails. Le responsable de l'OIP au sein du département du master de mathématiques est Hervé Le Dret (herve.le_dret@sorbonne-universite.fr).

1.4.1 Directeurs d'études (DE)

Dès son inscription pédagogique, chaque étudiant de M1 doit choisir un directeur d'études (DE) parmi une quinzaine d'enseignants-chercheurs. Chaque DE est en charge d'un groupe de 15 étudiants de M1 qu'il suit individuellement tout au long de l'année. Après une prise de contact en septembre, le DE rencontre régulièrement les étudiants, qui lui communiquent leurs résultats, lui font part de leur progression et de leurs difficultés éventuelles. Le DE conseille les étudiants pour leurs choix de cours au début de chaque semestre, ainsi que pour leur choix de M2, afin qu'ils empruntent le parcours le plus adapté à leur projet professionnel. À ce titre, le DE est aussi le responsable de son groupe pour l'UE 4MOI1.

Remarque : les redoublants ayant déjà validé l'UE 4MOI1 seront affectés à un groupe de direction d'études par les responsables de l'OIP. Ils ne le choisissent pas eux-mêmes sur le site des inscriptions pédagogiques.

1.4.2 UE obligatoire 4MOI1 (3 ECTS)

Les étudiants suivant au moins un cours en présentiel au premier semestre doivent obligatoirement s'inscrire à l'UE Orientation et Insertion professionnelle 4MOI1 (3 ECTS). Tout au long du semestre, ils sont invités à réfléchir à leur orientation et à leur projet professionnel à l'occasion de différentes rencontres avec le milieu professionnel (conférences métiers, Atrium des métiers). Leur participation active à ces événements leur permettra de réaliser les 2 exposés-dossiers nécessaires pour valider l'UE d'OIP 4M0I1. Ces travaux seront évalués par les DE.

Remarque : Les étudiants suivant un parcours atypique (par exemple, reprenant leurs études après avoir exercé une activité professionnelle) peuvent faire une demande de dispense avant le début des enseignements. Cette demande doit être motivée par écrit auprès des responsables de l'UE.

1.4.3 Stages et TER industriels

Les étudiants de M1 sont vivement encouragés à établir un premier contact avec le monde de l'entreprise avant l'année décisive de M2. Pour ce faire, ils peuvent
– effectuer un stage, en dehors des semaines de cours. Cependant, il faut au préalable faire une demande de convention de stage auprès du responsables OIP du master (H. Le Dret). Avec leur accord, les formulaires de convention de stage sont ensuite délivrés par le secrétariat du M1. Les modalités sont détaillées sur le site web http://www.master.ufrmath.upmc.fr/fr/niveau_m1.html (onglet insertion

professionnelle).
– effectuer un Travail d'Étude et de Recherche (TER) industriel, au cours du second semestre, sur un sujet proposé par un partenaire industriel et encadré par un enseignant-chercheur de l'UPMC.

1.5 Liste des UE

L'UFR de Mathématiques précise de la manière suivante la correspondance entre les ECTS et les heures de présence des étudiants, pour le M1.

Une UE de 12 ects : 120 heures d'enseignement pour les étudiants :
48 heures de cours (4 heures pendant 12 semaines)
72 heures de td (6 heures pendant 12 semaines).

Une UE de 6 ects : 60 heures d'enseignement pour les étudiants :
24 heures de cours (2 heures pendant 12 semaines)
36 heures de td (3 heures pendant 12 semaines).

Emploi du temps pour les étudiants
Au premier semestre : soit deux UE fondamentales de 12 ECTS, soit une UE de 12 ECTS et deux UE de 6 ECTS, plus l'étude d'une langue (UE de langue de 3 ECTS), plus l'UE Orientation et Insertion professionnelle (3 ECTS).
Au second semestre : soit deux UE d'orientation de 12 ECTS et une UE d'orientation de 6 ECTS (ou le TER), soit une UE d'orientation de 12 ECTS et trois UE d'orientation de 6 ECTS (dont éventuellement le TER), soit cinq UE d'orientation de 6 ECTS (dont éventuellement le TER).

Table 1.1 – **Liste des UE fondamentales**
Les cours marqués d'un astérisque ∗ peuvent être suivis en télé-enseignement.

INTITULÉ	SEMESTRE	ECTS	CODE
Géométrie affine et projective ∗	1er	12	001
Algèbre et théorie de Galois ∗	1er	12	002
Bases d'analyse fonctionnelle ∗	1er	12	005
Basic functional analysis ∗ (Cours ouvert uniquement à distance)	1er	6	105
Fondements des méthodes numériques ∗	1er	12	006
Bases de l'aléatoire pour l'exploration et la modélisation des données	1er	6	007
Probabilités de base ∗	1er	12	010
Probabilités approfondies ∗	1er	12	011
Statistique ∗	1er	12	015
Initiation au C++	1er	6	016
Algorithmique et complexité ∗	1er	6	017
Géométrie différentielle ∗	1er	12	022

Les UE d'orientation doivent être choisies en fonction de la spécialité envisagée en M2. Le tableau suivant indique les choix recommandés : `maf` désigne la spécialité *Mathématiques fondamentales*, `pro` : *Probabilités et modèles aléatoires*, `fin` : *Probabilités et finance*, `mod` : *Mathématiques de la modélisation*, `ing` : *Ingénierie mathématique*, `sta` : *Statistique.*

Table 1.2 – **Liste des UE d'orientation (classement thématique)**
Certains cours pourront être utilisés pour le M2.
Les cours marqués d'un astérisque ∗ peuvent être suivis en télé-enseignement.

INTITULÉ		SEM.	ECTS	CODE
Groupes finis et leurs représentations	∗ maf	2e	6	014
Groupes et algèbres de Lie	∗ maf	2e	6	024
Théorie des nombres 1	∗ maf	2e	6	033
Théorie des nombres 2	∗ maf	2e	6	034
Cryptologie, cryptographie algébrique	∗ maf	2e	6	035
Topologie algébrique	∗ maf	2e	6	059
Introduction aux surfaces de Riemann	maf	2e	6	060
Systèmes dynamiques	∗ maf	2e	6	048
Analyse réelle, analyse harmonique et distributions de Schwartz	∗ maf mod	2e	12	030
Approximation des équations aux dérivées partielles	∗ maf mod ing	2e	12	026
Équations d'évolution, stabilité et contrôle	maf mod ing	2e	6	028
Analyse convexe	∗ maf mod ing	2e	6	057
Analyse fonctionnelle approfondie et calcul des variations	∗ maf mod ing	2e	12	025
Modèles mathématiques en neurosciences	mod	2e	6	061
Gravitation et relativité	maf mod	1er	6	044
Géométrie et mécanique	maf mod	2e	6	047
Introduction à la mécanique des milieux continus	∗ maf mod ing	2e	6	019
Physique quantique et applications	maf mod	1er	6	4P002
Calcul stochastique et introduction au contrôle stochastique	∗ pro fin ing sta	2e	12	065
Processus de sauts	∗ pro fin ing sta	2e	6	036
Systèmes dynamiques discrets et continus en biologie et médecine	mod	1er	6	062
Combinatoire et optimisation	∗ maf mod ing	2e	6	068
Calcul algébrique	∗ maf	2e	6	021
Statistiques bayésiennes	∗ pro fin sta ing	2e	6	072
Statistique avancée, grande dimension et données massives	∗ pro fin sta ing	2e	6	073
Probabilités numériques et statistiques computationnelles	∗ pro fin ing sta	2e	12	074
Calcul scientifique pour les grands systèmes linéaires	∗ pro fin mod ing	2e	6	053
Mise en œuvre de la méthode des éléments finis	∗ pro fin mod ing	2e	6	054
Programmation en C++	pro fin mod ing	2e	6	056
Histoire d'un objet mathématique	∗ maf	2e	6	039
TER (Travaux d'étude et de recherche)	maf pro fin mod ing sta	2e	6	045
Stage en entreprise pour mathématiciens	fin mod ing sta	2e	6	055

Les UE d'orientation doivent être choisies en fonction de la spécialité envisagée en M2. Le tableau suivant indique les choix recommandés : `maf` désigne la spécialité *Mathématiques fondamentales*, `pro` : *Probabilités et modèles aléatoires*, `fin` : *Probabilités et finance*, `mod` : *Mathématiques de la modélisation*, `ing` : *Ingénierie mathématique*, `sta` : *Statistique.*

Table 1.3 – **Liste des UE d'orientation (classement par code d'UE)**

Certains cours pourront être utilisés pour le M2.

Les cours marqués d'un astérisque ∗ peuvent être suivis en télé-enseignement.

INTITULÉ		SEM.	ECTS	CODE
Groupes finis et leurs représentations	∗ maf	2e	6	014
Introduction à la mécanique des milieux continus	∗ maf mod ing	2e	6	019
Calcul algébrique	∗ maf	2e	6	021
Groupes et algèbres de Lie	∗ maf	2e	6	024
Analyse fonctionnelle approfondie et calcul des variations	∗ maf mod ing	2e	12	025
Approximation des équations aux dérivées partielles	∗ maf mod ing	2e	12	026
Équations d'évolution, stabilité et contrôle	maf mod ing	2e	6	028
Analyse réelle, analyse harmonique et distributions de Schwartz	∗ maf mod	2e	12	030
Théorie des nombres 1	∗ maf	2e	6	033
Théorie des nombres 2	∗ maf	2e	6	034
Cryptologie, cryptographie algébrique	∗ maf	2e	6	035
Processus de sauts	∗ pro fin ing sta	2e	6	036
Histoire d'un objet mathématique	∗ maf	2e	6	039
Gravitation et relativité	maf mod	1er	6	044
TER (Travaux d'étude et de recherche)	maf pro fin mod ing sta	2e	6	045
Géométrie et mécanique	maf mod	2e	6	047
Systèmes dynamiques	∗ maf	2e	6	048
Calcul scientifique pour les grands systèmes linéaires	∗ pro fin mod ing	2e	6	053
Mise en œuvre de la méthode des éléments finis	∗ pro fin mod ing	2e	6	054
Stage en entreprise pour mathématiciens	fin mod ing sta	2e	6	055
Programmation en C++	pro fin mod ing	2e	6	056
Analyse convexe	∗ maf mod ing	2e	6	057
Topologie algébrique	∗ maf	2e	6	059
Introduction aux surfaces de Riemann	maf	2e	6	060
Modèles mathématiques en neurosciences	mod	2e	6	061
Systèmes dynamiques discrets et continus en biologie et médecine	mod	1er	6	062
Calcul stochastique et introduction au contrôle stochastique	∗ pro fin ing sta	2e	12	065
Cryptologie, cryptographie algébrique	∗ maf	2e	12	067
Combinatoire et optimisation	∗ maf mod ing	2e	6	068
Statistiques bayésiennes	∗ pro fin sta ing	2e	6	072
Statistique avancée, grande dimension et données massives	∗ pro fin sta ing	2e	6	073
Probabilités numériques et statistiques computationnelles	∗ pro fin ing sta	2e	12	074
Physique quantique et applications	maf mod	1er	6	4P002

1.6 Incompatibilités

1. Les cours

4MA005 Bases d'analyse fonctionnelle
4MA105 Basic functional analysis

sont incompatibles.

2. Les cours

4MA010 Probabilités de base
4MA011 Probabilités approfondies

sont incompatibles.

3. Le cours

4MA007 Bases de l'aléatoire pour l'exploration et la modélisation des données

est incompatible avec les cours

4MA010 Probabilités de base
4MA011 Probabilités approfondies
4MA015 Statistique

4. Les cours

4MA016 Initiation au C++
4MA056 Programmation en C++

sont incompatibles.

5. Des points ont été attribués à un certain nombre de cours dans quatre catégories : A,B,C et D. La table 1.4 ci-dessous donne le détail du nombre de points de chaque cours dans chaque catégorie. Les cours qui ne figurent pas dans cette table n'entrent pas en ligne de compte dans ce qui suit.

Aux incompatibilités indiquées ci-dessus s'ajoutent les deux règles suivantes, qui visent à éviter des choix de cours thématiquement trop étroits.

5.1. Dans chacune des catégories A,B,C, la somme des points des cours choisis ne peut pas dépasser 36.

5.2. Dans la catégorie D, la somme des points des cours choisis ne peut pas dépasser 18. Cette limite est extensible à 24 sur avis du directeur d'études.

Table 1.4 – **Points attribués aux cours dans les catégories A,B,C et D.**

INTITULÉ	CODE	A	B	C	D
Algèbre et théorie de Galois	002			12	
Bases d'analyse fonctionnelle	005		12		
Basic functional analysis	105		6		
Fondements des méthodes numériques	006		12		
Bases de l'aléatoire pour l'exploration et la modélisation des données	007	6			
Probabilités de base	010	12			
Probabilités approfondies	011	12			
Groupes finis et leurs représentations	014			6	
Statistique	015	12			
Initiation au C++	016				6
Algorithmique et complexité	017				6
Introduction à la mécanique des milieux continus	019		3		
Calcul algébrique	021			6	
Groupes et algèbres de Lie	024			3	
Analyse fonctionnelle approfondie et calcul des variations	025		12		
Approximation des équations aux dérivées partielles	026		12		
Équations d'évolution, stabilité et contrôle	028		6		
Analyse réelle, analyse harmonique et distributions de Schwartz	030		12		
Théorie des nombres 1	033			6	
Théorie des nombres 2	034			6	
Processus de sauts	036	6			
Calcul scientifique pour les grands systèmes linéaires	053				6
Mise en œuvre de la méthode des éléments finis	054				6
Programmation en C++	056				6
Modèles mathématiques en neurosciences	061		3		
Systèmes dynamiques discrets et continus en biologie et médecine	062		3		
Calcul stochastique et introduction au contrôle stochastique	065	12			
Statistiques bayésiennes	072	6			
Statistique avancée, grande dimension et données massives	073	6			
Probabilités numériques et statistiques computationnelles	074	6			6

1.7 Description des UE (par ordre croissant du code d'UE)

Note sur les codes d'UE

Tous les codes des UE enseignées à Sorbonne université changent à la rentrée 2019. Pour le Master 1 de mathématiques, la règle est

4Mxyz $\rightsquigarrow$ MU4MAxyz

Les nouveaux codes étant longs, nous utiliserons dans cette brochure un code abrégé 4MAxyz, ou simplement xyz.

001 Géométrie affine et projective (12 ECTS) (1er semestre)

Professeur : Alexandru Oancea
mél : alexandru.oancea@imj-prg.fr
url : http://webusers.imj-prg.fr/~alexandru.oancea/

Objectifs de l'UE : Ce cours, de nature généraliste, ouvre à la fois aux thèmes "Algèbre et géométrie" du M2 et à ceux de l'agrégation. On y étudiera les liens entre géométrie affine, projective et euclidienne, notamment dans le cas des coniques et en mettant l'accent sur les différents groupes de transformations qui caractérisent chacune de ces géométries. Nous utiliserons aussi des outils élémentaires de géométrie différentielle (espaces tangents, position par rapport à l'espace tangent). Le cours offrira aussi une ouverture vers la géométrie algébrique.

Prérequis : Connaissance en algèbre et géométrie du niveau licence.

Thèmes abordés : Géométrie affine : applications affines, barycentres, plongement vectoriel, groupe affine. Géométrie projective : plongement projectif d'un espace affine, repères projectifs, coordonnées homogènes, homographies, groupe projectif, birapport. Étude des coniques affines ou projectives. Formes quadratiques. Géométrie euclidienne : le groupe des rotations. Géométrie différentielle : sous-variétés données par des équations polynomiales, espaces tangents.

002 Algèbre et théorie de Galois (12 ECTS) (1er semestre)

Professeur : Anna Cadoret
mél : anna.cadoret@imj-prg.fr
url : https://webusers.imj-prg.fr/~anna.cadoret/

Objectifs de l'UE : Introduire des notions d'algèbre qui sont indispensables pour ceux qui envisagent de poursuivre en M2 en théorie des nombres ou géométrie algébrique. Certaines de ces notions seront aussi utiles pour l'agrégation, les cours 4MA033 et 4MA034 Théorie des nombres 1 et 2, et le cours 4MA021 Calcul algébrique.

Prérequis : Connaissance en algèbre du niveau de la licence.

Thèmes abordés : Algèbre commutative : anneaux, modules, finitude, factorisation, localisation, produit tensoriel, interprétation géométrique. Equations algébriques : extensions de corps, théorie de Galois.

005 **Bases d'analyse fonctionnelle (12 ECTS) (1er semestre)**

Professeurs : Delphine Salort et Frédéric Klopp
mél : `dsalort@gmail.com`, `frederic.klopp@imj-prg.fr`
url : http://www.lcqb.upmc.fr/users/salort
http://www.imj-prg.fr/~frederic.klopp

Objectifs de l'UE : Le cours aborde l'analyse fonctionnelle de base dans son ensemble avec une orientation vers les applications aux équations aux dérivées partielles.

Prérequis : L'algèbre linéaire et la topologie de la troisième année de Licence sont impératifs.

Thèmes abordés : Dans l'ordre des chapitres : Espaces métriques, Espaces normés et espaces de Banach, Dualité dans les espaces de Banach, Espaces de Hilbert, Espaces L^p , La transformation de Fourier, Le problème de Dirichlet, Les distributions tempérées en dimension 1.

Même si le contenu du cours sera allégé, la version 2015 des notes de cours disponible à l'adresse https://www.ljll.math.upmc.fr/chemin/cours/4M005.html donne une bonne idée du contenu. De plus, un déroulé séance par séance du cours 2017 est disponible à la même adresse.

Le cours s'appuiera, entre autres, sur un ensemble de séquences vidéo réalisées par les enseignants pendant l'année 2017-2018 et qui détaillent des points précis du cours.

105 **Basic functional analysis (6 ECTS) (1er semestre)**

Professeur : À déterminer

Ce cours est la première moitié de l'UE 4MA005 décrite ci-dessus. Le cours est enseigné en français mais s'appuie sur des séquences vidéo tournées en anglais.

Ce cours est ouvert uniquement aux étudiants à distance et, éventuellement, aux étudiants présents redoublants.

006 **Fondements des méthodes numériques : différences et éléments finis, Fourier, ondelettes (12 ECTS) (1er semestre)**

Professeurs : Albert Cohen et Sidi-Mahmoud Kaber
mél : `cohen@ljll.math.upmc.fr`, `kaber@ljll.math.upmc.fr`

Objectifs de l'UE : Étudier les grandes familles de méthodes numériques utilisées pour la discrétisation et l'approximation des fonctions, en particulier des solutions d'équations aux dérivées partielles. Le cours aborde ainsi les méthodes de différences finies et d'éléments finis. Il traite aussi des techniques d'approximation utilisant les bases hilbertiennes de type Fourier et ondelettes qui ont des applications importantes en traitement du signal, de l'image et de l'information. D'un point de vue théorique, le cours aborde les espaces de Sobolev construits à partir de l'espace L^2 et les notions issues de l'analyse hilbertienne et de l'analyse fonctionnelle nécessaires pour l'analyse des propriétés des méthodes numériques étudiées.

Prérequis : Des connaissances de base en calcul différentiel, équations différentielles ordinaires, intégration, algèbre linéaire numérique du niveau licence. Il est préférable d'avoir suivi un enseignement de niveau licence contenant des TP avec programmation.

Thèmes abordés : Méthode des différences finies ; Applications à l'équation de transport, à l'équation de la chaleur et à un problème aux limites ; Analyse numérique des méthodes : stabilité, consistance, ordre, convergence, estimation d'erreur ; Approximation variationnelle des problèmes aux limites ; Analyse hilbertienne, espaces de Sobolev, projection sur un convexe fermé ; méthode des éléments finis, exemple des éléments de Lagrange ; Approximation dans des bases hilbertiennes : polynômes orthogonaux, Fourier, Ondelettes ; Mise en œuvre des méthodes lors des TP hebdomadaires.

Remarque : Ce cours donne lieu à un projet TP, qui sera à réaliser pendant les dernières séances de TP et qui comportera notamment une courte soutenance individuelle lors de la semaine des examens.

007 Bases de l'aléatoire pour l'exploration et la modélisation des données (6 ECTS) (1er semestre)

Professeur : Sébastien Martineau
mél : `sebastien.martineau@sorbonne-universite.fr`
url : http://perso.ens-lyon.fr/sebastien.martineau/

Objectifs de l'UE : Le contenu de l'enseignement est en cours de mise à jour.

010 Probabilités de base (12 ECTS) (1er semestre)

Professeurs : Thomas Duquesne et Laurent Mazliak
mél : `thomas.duquesne@sorbonne-universite.fr`
`laurent.mazliak@sorbonne-universite.fr`
url : http://www.proba.jussieu.fr/pageperso/duquesne/
https://www.lpsm.paris/pageperso/mazliak/

Objectifs de l'UE : Ce cours est destiné aux étudiants débutant en probabilités et notamment à ceux désirant préparer l'agrégation.

Prérequis : Le contenu d'un cours d'intégration de niveau licence.

Thèmes abordés : Espaces de probabilités, variables et vecteurs aléatoires, distribution, espérance, moments, fonction caractéristique. Indépendance. Convergence de variables aléatoires, loi des grands nombres, théorème de la limite centrale. Vecteurs gaussiens. Espérance conditionnelle.

011 Probabilités approfondies (12 ECTS) (1er semestre)

Professeur : Thierry Lévy
mél : `thierry.levy@sorbonne-universite.fr`
url : https://www.lpsm.paris/pageperso/levy/

Objectifs de l'UE : Le but du cours est de présenter les deux principaux modèles de variables dépendantes, à savoir les martingales (à temps discret) et les chaînes de Markov (à espace d'états dénombrable). Ces notions sont centrales aussi bien sur le plan théorique qu'appliqué : les chaînes de Markov sont en effet au cœur des techniques de simulation aléatoire et les martingales à temps discret formalisent de nombreux phénomènes et jouent un rôle essentiel dans l'étude des systèmes dynamiques aléatoires. Il s'agit d'un exposé classique des principaux résultats. Ce cours prépare à un M2 en probabilités et statistiques et/ou à l'agrégation de mathématique.

Prérequis : il est nécessaire d'avoir suivi un cours de théorie de la mesure et d'intégration assez général. Il faut impérativement avoir suivi un cours de probabilités de niveau Licence 3 incluant les notions suivantes : indépendance, convergence presque sûre, en probabilité, L^p, loi des grands nombres, convergence en loi et théorème central limite.

Thèmes abordés : Espérance conditionnelle. Martingales à temps discret : filtrations, temps d'arrêt, convergences, martingales rétrogrades, quelques problèmes d'arrêt. Chaînes de Markov à espace d'états dénombrable : propriété de Markov, convergence vers la loi stationnaire et quelques applications.

014 Groupes finis et représentations (6ECTS) (2e semestre)

Professeur : João Pedro dos Santos
mél : joao_pedro.dos_santos@yahoo.com
url : https://webusers.imj-prg.fr/~joao-pedro.dos-santos/

Objectifs de l'UE : Ce cours s'adresse non seulement aux mathématiciens mais aussi aux physiciens et aux chimistes. Il traite des groupes finis, de leurs structures et de leurs représentations linéaires en s'appuyant sur de nombreux exemples. Il donne l'occasion d'appliquer à des problèmes concrets de nombreux outils d'algèbre générale.

Prérequis : Définitions de base sur les groupes, anneaux et corps (en particulier les corps $\mathbb{F}_p$). Arithmétique élémentaires (relation de Bézout, lemme de Gauß...). Algèbre linéaire : bases de la théorie (espaces vectoriels, familles libres et génératrices, bases, dimension, valeurs propres), un peu de réduction d'endomorphismes (diagonalisabilité...) et formes hermitiennes.

Thèmes abordés : Opérations d'un groupe sur un ensemble. Produits semi-directs. Le groupe $GL_n(K)$ et quelques sous-groupes importants. Théorèmes de Sylow. Décomposition de Bruhat. Groupes nilpotents. Représentations linéaires : généralités (simplicité et semi-simplicité), avec une insistance sur les représentations complexes en dimension finie. Théorie des caractères. Induction.

015 Statistique (12 ECTS) (1er semestre)

Professeurs : Arnaud Guyader, Maud Thomas
mél : arnaud.guyader@sorbonne-universite.fr
maud.thomas@sorbonne-universite.fr
url : http://www.lsta.upmc.fr/guyader/index.html
https://sites.google.com/site/maudthomaspro/

Objectifs de l'UE : Donner aux étudiants quelques fondements de statistique mathématique et les initier à la pratique de l'analyse statistique des données réelles. La première partie du cours explique les bases théoriques de la modélisation et de l'inférence statistique. La seconde présente des modèles et méthodes pour l'analyse des données réelles, illustrés en TP avec le logiciel R.

Prérequis : Une bonne connaissance des probabilités classiques est indispensable, ainsi qu'une bonne maîtrise des acquis du L (algèbre linéaire, calcul intégral, etc.).

Thèmes abordés :

— Introduction aux problèmes statistiques (brefs rappels de probabilités, notion d'expérience statistique, problèmes statistiques classiques)
— Modèles paramétriques unidimensionnels (méthode des moments, maximum de vraisemblance, information de Fisher)
— Le modèle linéaire gaussien (modele linéaire général, estimateurs des moindres carrés, régions de confiance)
— Statistique descriptive (résumés numériques et graphiques de données, tests classiques)
— Le modèle linéaire en pratique (validation du modèle, sélection de variables, analyse de la variance)
— Introduction au modèle linéaire généralisé

016 Initiation au C++ (6 ECTS) (1er semestre)

Professeur : Frédéric Hecht
mél : `Frederic.hecht@sorbonne-universite.fr`
url : https://www.ljll.math.upmc.fr/hecht/

Objectifs de l'UE : Apprentissage de la syntaxe du C++ et rudiments d'algorithmiques sur des problèmes de types géométrique, algébrique

Prérequis : Aucun prerequis

Thèmes abordés : Les premières séances sont consacrées au langage C++ 11 : syntaxe du langage, compilation (avec g++ et make), gestion de la mémoire (fondamentale pour le traitement de grosses données), notion de classe pour définir de nouveaux objets et fonctions et méthode de la librairie standard (STL).

Programmation générique (hash coding, arbre, maillage, algèbre de fonction, différentiation automatique, évaluation paresseuse, algorithme glouton et backtraking, héritage, notion de complexité algorithmique).

Remarque : Ce cours donne lieu à un projet, qui est préparé par groupes de deux et soutenu individuellement.

017 Algorithmique et complexité (6 ECTS) (1er semestre)

Professeur : Michel Pocchiola
mél : `michel.pocchiola@imj-prg.fr`
https://webusers.imj-prg.fr/~michel.pocchiola/

Objectifs de l'UE : Ce cours constitue, tout d'abord, une introduction à l'algorithmique fondamentale, utile à tout étudiant en mathématiques, en particulier à tout étudiant confronté à la programmation effective d'algorithmes mathématiques.

Il couvre également une part significative des programmes du Capes de Mathématiques-Informatique et de l'option informatique de l'agrégation de mathématiques.

Ce cours s'adresse donc :

1. Aux étudiants de Master 1 de Mathématiques et Applications, ayant un intérêt pour le domaine des mathématiques discrètes, dans ses aspects algorithmiques.
2. Aux étudiants qui souhaitent préparer l'agrégation de Mathématiques option informatique et/ou le Capes de Mathématiques-Informatique.

Thèmes abordés :

1. Calculabilité. Complexité. Classes P, NP, ♯P et ♯NP.
2. Tri et Recherche. Tas binomiaux et tas de Fibonacci. Arbres binaires de recherche randomisés. Gestion des partitions.
3. Parcours de graphes. Arbres couvrants optimaux. Chemins optimaux.

Aucun langage de programmation particulier n'est exigé.

019 Introduction à la mécanique des milieux continus (6 ECTS) (2e semestre)

Professeur : Hélène Dumontet
mél : `helene.dumontet@sorbonne-universite.fr`

Objectifs de l'UE : Il s'agit d'initier l'étudiant à la notion de milieux continus déformables, solides et fluides, en introduisant les équations de conservation qui régissent ces milieux, la notion de loi de comportement et les modélisations associées à quelques exemples simples. L'objectif final est la résolution de problèmes de mécanique ; les formulations variationnelles des équations aux dérivées partielles correspondantes seront établies et les solutions approchées recherchées en lien avec le cours d'approximations des équations aux dérivées partielles.

Prérequis : Analyse vectorielle, fonctions de plusieurs variables, équations différentielles et algèbre linéaire, notions sur les équations aux dérivées partielles.

Thèmes abordés :

- Généralités : Cinématique. Lois de conservation. Tenseur des contraintes

- Solides : Elasticité linéaire. Equations de Navier, de compatibilité de Beltrami. Formulations variationnelles.

- Fluides : Equations générales de la mécanique des fluides newtoniens. Ecoulements laminaires. Notion d'échelle et développements asymptotiques raccordés. Couche limite laminaire. Couche limite thermique.

021 Calcul algébrique (6 ECTS) (2e semestre)

Professeur : Pierre-Vincent Koseleff
mél : `pierre-vincent.koseleff@sorbonne-universite.fr`
url : `https://webusers.imj-prg.fr/~pierre-vincent.koseleff`

Objectifs de l'UE : Ce cours aborde l'étude de systèmes algébriques et s'articule autour d'objets calculables d'une part et de compléments d'algèbre commutative d'autre part.

Il s'inscrit dans les thèmes des cours de M1 : Algèbre géométrique (4MA001), Théorie de Galois (4MA002), Groupes finis et leurs représentations (4MA014) et du cours de L3 : Algèbre appliquée (3MA220). Ces cours ne sont cependant pas des pré-requis.

Il permet d'envisager par la suite un Master en Mathématiques fondamentales et renforce également l'actuelle formation à l'option « Algèbre effective et Calcul Formel » de l'Agrégation de Mathématiques. Il constitue une passerelle possible pour les étudiants de Mathématiques vers des cours de M2 en Informatique (par exemple, la filière SFPN à SU). Toutefois, ce cours n'a pas pour but une programmation pointue des algorithmes abordés.

Prérequis : Notions de groupe, d'anneau, de corps : cours d'algèbre 3MA270.

Thèmes abordés :

1. **Éléments d'algèbre commutative**
   Anneaux de polynômes, noethérianité, anneaux quotients, anneaux locaux.
2. **Éléments sur les variétés algébriques**
   Ensembles algébriques, dictionnaire idéal-variété. Théorème des zéros de Hilbert. Théorème de Bézout.
3. **élimination - Projection - Résolution**
   Résultant, résolvantes, discriminant. Application à l'étude des courbes algébriques planes. Suites de Sturm, règle de Descartes. Relations coefficients-racines. Localisation et multiplicités des zéros. Elimination et projection. Résolution de systèmes algébriques de dimension 0.
4. **Calculs et Actions de groupes**
   Calculs élémentaires sur les groupes finis. Actions de groupes sur les polynômes à plusieurs variables. Versions effectives du théorème fondamental des fonctions symétriques, et du théorème fondamental de Galois. Sommes de Newton, formules de Girard-Newton. Formule de Molien. Invariants primaires et secondaires. Exemples de familles génératrices de polynômes invariants.

022 Géométrie différentielle (12 ECTS) (1er semestre)

Professeur : Vincent Humilière
mél : `vincent.humiliere@imj-prg.fr`
url : https://webusers.imj-prg.fr/~vincent.humiliere/

Objectifs de l'UE : Introduire les notions de base de géométrie différentielle à travers des exemples.

Prérequis : Connaissances en topologie, calcul différentiel et calcul intégral du niveau Licence.

Thèmes abordés : Rappels de topologie générale et calcul différentiel.

La notion de variété différentielle. Immersions, submersions, difféomorphismes. Exemples.

Calcul différentiel dans les variétés.

Partitions de l'unité. Plongements dans l'espace euclidien.

Champs de vecteurs, crochet de Lie, flots. Construction de difféomorphismes.

Formes différentielles, intégration, théorème de Stokes, cohomologie de De Rham. Applications topologiques.

024 Groupes et algèbres de Lie (6 ECTS) (2e semestre)

Professeur : Sophie Chemla
mél : sophie.chemla@imj-prg.fr
url : https://webusers.imj-prg.fr/~sophie.chemla/

Objectifs de l'UE : Ce cours combine l'algèbre et l'analyse pour étudier la structure des groupes de matrices réelles ou complexes.

Prérequis : Notions de base d'algèbre linéaire, de théorie des groupes, et de calcul différentiel.

Thèmes abordés : Groupes topologiques et groupes de Lie. Application exponentielle. Algèbres de Lie. Théorèmes de structure des algèbres de Lie. Représentations linéaires des groupes et algèbres de Lie. Application aux groupes SO(3), SU(2), SL(2).

025 Analyse fonctionnelle approfondie et calcul des variations (12 ECTS) (2e semestre)

Professeurs : Jimmy Lamboley et Hervé Le Dret
mél : jimmy.lamboley@imj-prg.fr
herve.le_dret@sorbonne-universite.fr
url : https://webusers.imj-prg.fr/~jimmy.lamboley/#ENSEIGNEMENT
https://www.ljll.math.upmc.fr/~ledret/

Objectifs de l'UE : Le cours vise à présenter les connaissances nécessaires pour aborder des problèmes de calcul de variations, sujet qui peut approximativement se résumer à l'optimisation dans des espaces de dimension infinie ; ceci nous amènera à faire un détour conséquent vers quelques aspects de l'analyse fonctionnelle (d'une part à travers des notions abstraites et générales, et d'autres part via l'étude de certains espaces fonctionnels importants pour les applications). Les outils seront illustrés sur des problèmes "classiques" du calcul des variations. Le cours pourra intéresser à la fois des étudiants souhaitant se tourner vers des M2 de recherche, d'ingénierie, ou qui souhaitent préparer l'agrégation (en effet même si le contenu dépassera assez largement le programme de l'agrégation sur certains points, du fait de la nature assez 'transverse' du cours sur des sujets variés de l'analyse, de nombreux éléments comme l'étude des espaces fonctionnels, de la compacité, de la complétude, des applications linéaires continues, de problèmes d'extremum, de la convexité, ou encore des formulations variationnelles d'EDP, pourront tout à fait être rentabilisés pour la préparation aux écrits, et surtout aux oraux d'analyse de l'agrégation). Le poly 2017-2018 est accessible sur les pages web indiquées plus haut. Les mises à jour ultèrieures seront mises à disposition sur le site Moodle du cours https://moodle-sciences.upmc.fr/moodle/course/view.php?id=5058.

Prérequis : Le cours est essentiellement auto-contenu. Même si de nombreuses interactions pourront être remarquées avec les cours 4MA005 (Bases d'analyse fonctionnelle) et 4MA006 (Bases des méthodes numériques), il n'est nécessaire d'avoir suivi ni l'un ni l'autre de ces cours. À l'inverse, les redites avec les cours mentionnés seront gardées à un minimum. Il est toutefois fortement conseillé d'avoir des connaissances solides sur la topologie au niveau L3 (cadre des espaces métriques) et quelques connaissances sur la théorie de la mesure (cas de la mesure de Lebesgue, théorèmes de convergence, théorèmes de régularité des intégrales à paramètre...).

Thèmes abordés :

— Étude d'espaces fonctionnels : espace des fonctions continues (avec notamment la question de la compacité), espaces de Lebesgue (avec notamment les théorèmes de densité), espaces de Sobolev (en dimension 1),
— Analyse fonctionnelle abstraite : étude de la dualité, des théorèmes de Hahn-Banach, des topologies faibles,
— Application aux formulations faibles des EDP elliptiques linéaires avec condition aux limites (en dimension 1),
— Calcul différentiel en dimension infinie, conditions d'optimalité d'Euler-Lagrange, introduction aux EDP non-linéaires (en dimension 1),
— Modélisation et étude de quelques problèmes "concrets".

026 Approximation des EDP (12 ECTS) (2e semestre)

Professeurs : Xavier Claeys, Nathalie Ayi

mel : `claeys@ann.jussieu.fr` `nathalie.ayi@sorbonne-universite.fr`

Objectifs de l'UE : Ce cours porte sur l'analyse des équations aux dérivées partielles (EDP) linéaires. Dans une première partie, nous nous concentrerons sur les équations de type elliptiques pour lesquelles nous aborderons la théorie variationnelle permettant d'étudier l'existence, l'unicite et la régularité des solutions. Nous présenterons également en détail la méthode des éléments finis, qui permet la résolution numérique des EDP elliptiques, et nous étudierons d'un point de vue théorique la stabilité et la consistance de cette méthode.
Dans une deuxième partie, le cours portera sur les EDP d'évolution (i.e. faisant intervenir des dérivées partielles par rapport au temps) pour lesquelles nous développerons d'abord une analyse abstraite permettant d'étudier l'existence te l'unicité des solutions. Nous décrirons et analyserons ensuite des méthodes numériques de résolution de ces EDPs.

Prérequis : Notions de base d'analyse réelle, d'algèbre linéaire, et de calcul différentiel et intégral.

Thèmes abordés : Rappels de calcul différentiel. Préliminaires d'analyse : espaces de Hilbert, espaces de Sobolev. Injections de Sobolev. Théorème de trace. Intégration par parties. Inégalités de Poincaré et de Bramble-Hilbert.

EDP elliptiques : Conditions au bord type Dirichlet, Neumann, et Robin. Solutions faibles et fortes. Formulations variationnelles. Théorème de Lax Milgram. Existence, unicité et stabilité de la solution exacte. Approximation par éléments finis : lemme de Céa, problème variationnel discret et système linéaire équivalent, estimation d'erreur.

EDP d'évolution (équation de transport, équation de la chaleur, équation des ondes) : Conditions au bord et conditions initiales. Existence, unicité et stabilité de la solution exacte. Approximation numérique : définition des schémas d'approximation bien posés, erreur de consistence, stabilité, estimation d'erreur.

028 Équations d'évolution, stabilité et contrôle (6 ECTS) (2e semestre)

Professeur : Jean-Michel Coron
mél : coron@ann.jussieu.fr
url : https://www.ljll.math.upmc.fr/~coron/

Objectifs de l'UE : On s'intéresse aux systèmes dynamiques décrits par une équation différentielle en dimension finie. On regarde d'abord le problème de Cauchy (solution partant d'un point donné). Étudier la stabilité d'un point d'équilibre de tels systèmes consiste à étudier la convergence des solutions cet un état d'équilibre. De telles études reposent sur les théorèmes de Lyapunov ou le principe d'invariance de LaSalle, dont on donnera de nombreux exemples d'applications à la fois académiques ou tirés de différents domaines : physique, biologie, économie, ...

Par ailleurs ce cours traitera de la théorie mathématique des systèmes de contrôle. Un système de contrôle est un système dynamique sur lequel on peut agir grâce à ce qu'on appelle le contrôle. Par exemple, dans une voiture, on peut tourner le volant, appuyer sur la pédale d'accélérateur, etc. Pour un satellite, des propulseurs ou des roues d'inertie peuvent être utilisés.

L'un des principaux problèmes dans la théorie du contrôle est le problème de la contrôlabilité. On part d'une situation donnée et il y a une cible que l'on cherche à atteindre. Le problème de contrôlabilité est de voir si, en utilisant des contrôles appropriés fonction du temps, on peut passer de la situation donnée à la cible désirée. On donne des méthodes et théorèmes pour traiter ce problème.

Un autre problème important dans la théorie du contrôle est celui de la stabilisation. On peut le comprendre avec l'expérience classique du balai que l'on fait tenir sur le bout du doigt. En principe, si le balai est vertical avec une vitesse nulle, il doit rester à la verticale (avec une vitesse nulle). Comme on le voit expérimentalement, ce n'est pas le cas en pratique : si nous ne faisons rien, le balai va tomber. C'est parce que l'équilibre est instable. Afin d'éviter la chute, on déplace le doigt de manière appropriée afin de stabiliser cet équilibre instable. Ce mouvement du doigt est une rétroaction (feedback) : elle dépend de la position (et de la vitesse) du balai. Les lois de rétroaction sont maintenant utilisées dans de nombreuses industries et même dans la vie quotidienne (robinets thermostatiques par exemple). On donne des méthodes et des théorèmes pour traiter ce problème.

Prérequis : Cours de calcul différentiel de L3.

Thèmes abordés :

Première partie : stabilité des équations différentielles
– Équations différentielles, théorème de Cauchy-Lipschitz, solutions maximales, théorèmes pour l'existence globale de solutions.
– Stabilité des points d'équilibre : cas des systèmes linéaires, caractérisations spectrales, fonctions de Lyapunov, théorèmes de Lyapunov et de LaSalle. Exemples dans diverses disciplines.

Deuxième partie : théorie du contrôle
– Contrôlabilité des systèmes linéaires (gramien de contrôlabilité, critère de Kalman).
– Contrôlabilité des systèmes non linéaires (test linéaire, crochets de Lie, méthode du retour).

– Stabilisation des systèmes (théorème du placement de pôles pour les systèmes linéaires, application aux systèmes non linéaires, backstepping, stabilisation par retour dynamique de sortie).

Ouvrages conseillés :

Jean-Michel Coron, Control and nonlinearity, AMS
https://www.ljll.math.upmc.fr/~coron/Documents/Coron-book.pdf

Emmanuel Trélat, Contrôle optimal : théorie et applications, Vuibert
https://www.ljll.math.upmc.fr/~trelat/fichiers/livreopt.pdf

030 Analyse réelle, analyse harmonique et distributions de Schwartz (12 ECTS) (2e semestre)

Professeur : Dario Cordero-Erausquin
mél : cordero@math.jussieu.fr
url : https://webusers.imj-prg.fr/~dario.cordero/enseignement.html

Objectifs de l'UE : Le but de ce cours est de permettre l'acquisition de bases solides en analyse réelle, en analyse harmonique et dans la théorie des distributions de Schwartz. Les techniques développées seront à appliquées à l'étude de certaines équations aux dérivées partielles.

Prérequis : Calcul différentiel et intégral de licence.

Thèmes abordés : Mesures de Borel positives, théorème de représentation de Riesz, espaces L^p. Mesures complexes, différentiation de mesures (fonction maximale, inégalité maximale de Hardy-Littlewood, théorème de Lebesgue-Radon-Nicodym, points de Lebesgue), le dual de $\mathcal{C}_0(X)$. Série de Fourier de fonctions et de mesures, séries trigonométriques (convergence dans des espaces fonctionnels, convergence ponctuelle), noyau de Poisson, extension harmonique, fonction harmonique conjuguée. Fonctions test et distributions. Distributions à support compact Produits tensoriels et convolution de distributions. Distributions tempérées et leur transformée de Fourier. Quelques solutions fondamentales.

033 Théorie des nombres 1 (6 ECTS) (2e semestre)

Professeur : Leonardo Zapponi
mel : Leonardo.zapponi@imj-prg.fr
url : https://webusers.imj-prg.fr/~leonardo.zapponi/Web2/index.html

Objectifs de l'UE : Ce cours propose une approche à la théorie des nombres. En plus de fournir les premières bases algébriques et de présenter des résultats classiques, il prépare le terrain pour des cours plus avancés de M1 (Théorie des nombres 2, Cryptologie, cryptographie algébrique) et de M2 (plus particulièrement pour le parcours agrégatif).

Prérequis : notions d'algèbre de niveau licence, qui seront par ailleurs rappelées en début de cours : bases de théorie des groupes (sous-groupes, quotients, homomorphismes), de théorie des anneaux (idéaux, anneaux quotient, homomorphismes) et d'algèbre linéaire (espaces et sous-espaces vectoriels, bases, applications linéaires, déterminant, théorèmes de la base incomplète, du rang et de Cayley-Hamilton).

Thèmes abordés :

— Notions d'algèbre commutative. Anneaux et idéaux, opérations avec les idéaux, idéaux premiers et maximaux. Idéaux fractionnaires et inversibles. Anneaux de polynômes. Anneaux noethériens. Un survol de la théorie des modules sur un anneau (somme directe, modules de type fini).
— Arithmétique de base. Divisibilité, éléments associés. Éléments irréductibles et premiers. Théorème des restes chinois, lemme de Gauss. Anneaux factoriels, principaux et euclidiens. L'algorithme d'Euclide étendu et ses variantes. Factorisation unique. Fonctions arithmétiques. Exemples : les entiers et les anneaux de polynômes à une indéterminée sur un corps, entiers de Gauss et d'Eisenstein. Contenu d'un polynôme, polynômes irréductibles et primitifs, idéaux premiers de $\mathbb{Z}[X]$, critère d'irréductibilité d'Eisenstein.
— Extensions de corps. Éléments algébriques et transcendants, extensions algébriques, polynômes minimaux. Degré d'une extension. Norme et trace. Corps de rupture et de décomposition. Corps finis. Polynômes et extensions cyclotomiques. Extensions quadratiques.
— Loi de réciprocité quadratique. Symboles de Legendre, Jacobi et Kronecker. Sommes de Gauss. Loi de réciprocité quadratique. Carrés modulo la puissance d'un nombre premier, lemme de Hensel.
— Équations diophantiennes : Résolution en degré 1 et quelques exemples en degré supérieur. Équation de Pell-Fermat.

Liste non exhaustive des résultats présentés : théorème des deux carrés de Fermat, expression d'un nombre premier comme somme de trois carrés, forme faible et cas particuliers du théorème de la progression arithmétique de Dirichlet. Irréductibilité des polynômes cyclotomiques. Équation de Pell-Fermat.

034 Théorie des nombres 2 (6 ECTS) (2e semestre)

Professeur : Pierre Charollois
mel : `pierre.charollois@imj-prg.fr`
url : https://webusers.imj-prg.fr/~pierre.charollois/pageperso.html

Objectifs de l'UE : Le cours va donner les résultats fondamentaux de la théorie algébrique et analytique des nombres classique. Les étudiants ayant suivi le module seront préparés à aborder un M2 parcours agrégation, ou des cours plus abstraits dans le domaine en année de M2.

Prérequis : Les connaissances requises pour suivre ce cours sont celles du niveau L, à savoir, les notions de groupe, anneaux et corps, ainsi qu'un peu d'analyse complexe et des concepts standards de convergence et continuité. Les notions abordées dans le cours de Théorie des Nombres 4MA033 seront également supposées connues.

Thèmes abordés :
–Equation de Pell-Fermat et autres équations diophantiennes.
–Géométrie des nombres (théorème de Minkowski).
–Formes quadratiques binaires et anneaux quadratiques.
–Sommes de Gauss.
–Extensions algébriques, entiers algébriques, discriminants.
–Corps de nombres, finitude du nombre de classes, théorème des unités de Dirichlet.
–Anneaux de Dedekind, décomposition des idéaux, ramification.

–Corps cyclotomiques.
–Caractères de groupes abéliens finis.
–Séries de Dirichlet et application au théorème de la progression arithmétique.
–Formule des classes de Dirichlet et applications : on verra notamment pourquoi, lorsque $p \equiv 3 \bmod 4$, il y a toujours plus de carrés modulo p que de non-carrés entre 1 et $\frac{p-1}{2}$.

035 Cryptologie, Cryptographie algébrique (6 ECTS) (2e semestre)

Professeur : Alain Kraus
mel : `alain.kraus@imj-prg.fr`

Objectifs de l'UE : Décrire certains protocoles de la cryptographie à clé publique. Exposer les problèmes de primalité et de factorisation des entiers. Présenter une introduction à la théorie des courbes elliptiques afin d'en décrire des applications à la cryptographie.

Prérequis : Connaissances en algèbre et arithmétique du niveau Licence, ainsi que la loi de réciprocité quadratique exposée dans le premier cours de M1 de théorie des nombres.

Thèmes abordés : Cryptosystèmes à clés publiques, tests et critères de primalité, méthodes de factorisation, introduction à la théorie des courbes elliptiques, courbes elliptiques sur les corps finis, cryptosystèmes elliptiques, critère de primalité de Goldwasser et Kilian, méthode de factorisation de Lenstra.

Bibliographie : À titre indicatif, je signale les deux ouvrages suivants en complément du cours :

1. M. Demazure, Cours d'algèbre, primalité divisibilité codes, Nouvelle bibliothèque mathématique, Cassini (1997).

2. N. Koblitz, A Course in Number Theory and Cryptography, Second Edition, Graduate Texts in Mathematics, Springer **114** (1994).

036 Processus de sauts (6 ECTS) (2e semestre)

Professeur : Nicolas Fournier
mél : `nicolas.fournier@sorbonne-universite.fr`
url : `http://www.proba.jussieu.fr/pageperso/fournier/`

Objectifs de l'UE : Les processus markoviens de sauts sont les processus à temps continu les plus simples. Ils représentent cependant des outils de modélisation pertinents dans de nombreuses situations (comme en files d'attente). Par ailleurs, une bonne compréhension de ces processus est probablement nécessaire avant d'aborder les processus de diffusion en M2. Le but de ce cours est donc une étude rigoureuse des processus markoviens de sauts ainsi que de certaines de leurs applications.

Prérequis : Un cours de probabilités (il n'est pas nécessaire d'avoir suivi un cours sur les chaînes de Markov ou sur les martingales pour suivre ce cours).

Thèmes abordés : Chaînes de Markov, Processus de Poisson, Processus markoviens de sauts, Files d'attente et autres applications.

039 Histoire d'un objet mathématique (6 ECTS) (2e semestre)

Professeurs : Alexandre Guilbaud et Laurent Mazliak
mél : `laurent.mazliak@sorbonne-universite.fr`
url : http://www.proba.jussieu.fr/users/lma/M1HistMaths.html

Objectifs de l'UE : Ce cours propose une exploration de l'histoire du concept de fonction entre les XVIIe et XXe siècles à travers une série de séances thématiques permettant d'approfondir un aspect spécifique de la question, et globalement organisées de façon chronologique. Cette approche doit non seulement faciliter pour les étudiants l'appréhension du processus historique de construction de ce concept, mais aussi leur permettre de saisir les différents enjeux autour desquels ce processus complexe s'articule, qu'il s'agisse du rôle des interactions entre mathématiques pures et mathématiques mixtes ou appliquées (notamment à la mécanique et à la physique), des liens unissant l'histoire du concept avec les conditions de développement de l'analyse et ses relations avec la géométrie, l'algèbre et l'arithmétique, ou encore des conséquences de l'émergence de la topologie et de la théorie des ensembles sur le rôle et le statut de la notion de fonction.

La méthodologie historique que nous proposons est centrée sur l'analyse de textes originaux : chaque semaine une des deux séances sera intégralement consacrée à cet aspect, permettant ainsi aux étudiants de s'entraîner à la lecture critique des sources. En plus de leur apporter des connaissances spécifiques sur l'histoire de ce concept fondamental dans le champ mathématique, une telle approche doit aussi leur permettre de prendre du recul sur les mathématiques en général, sur l'articulation entre les différentes branches qui les composent, leurs dynamiques passées et actuelles ainsi que leurs interactions avec d'autres champs du savoir.

Liste indicative des séances successives :

1) Séance introductive : différentes manières de concevoir l'histoire des mathématiques

2) Chronologie générale. Exemple d'analyse de texte.

3) La préhistoire des fonctions : notions de fonctionnalité dans les mathématiques avant la Renaissance

4) Descartes et Fermat, ou la mise en fonction de la géométrie

5) Le calcul différentiel et intégral de Leibniz et Newton appliqué à la mécanique : les premiers pas de la "nouvelle analyse" et du concept de fonction

6) D'Euler à Lagrange, la fonction au centre de l'édifice analytique

7) La querelle des cordes vibrantes entre D'Alembert, Euler et Daniel Bernoulli : de nouveaux questionnements mathématiques sur le concept de fonction

8) Décomposition des fonctions en séries trigonométriques : Fourier et la théorie de la chaleur

9) Une nouvelle conception de la rigueur mathématique : Cauchy, Bolzano, Dirichlet,

10) Vers la théorie des fonctions : Riemann et Weiersterass

11) Toujours ensembles : Cantor et les fonctions

044 Gravitation et Relativité (6 ECTS) (1er semestre)

Professeurs : Jean Souchay, Marie-Christine Angonin mél : `Jean.SOUCHAY@obspm.fr` `Marie-Christine.ANGONIN@obspm.fr`

Objectifs de l'UE : L'objectif de la partie gravitation de ce cours présentée par M. Souchay est d'acquérir les bases de la mécanique céleste, à savoir les orbites et les mouvements képlériens, suivis d'une initiation au problème de N corps. Les aspects aussi bien physiques que mathématiques sont développés, suivis d'applications.

L'objectif de la partie relativité de ce cours présentée par Mme Angonin est de présenter la relativité restreinte et la relativité générale. Les principes de base sont développés, puis suivis d'applications majoritairement orientées vers l'astrophysique et les systèmes de référence du temps. Les cours auront lieu à l'Observatoire de Paris.

Prérequis : Calcul différentiel, équations différentielles linéaires et algèbre linéaire.

Thèmes abordés :

- Mécanique céleste et systèmes de références.
- Modèles dynamiques.
- Dynamique des corps en rotation.
- Relativité restreinte : principe de relativité, espace-temps de Minkowski, quadrivecteurs, transformations de Lorentz. Relativité de la simultanéité, dilatation des durées, effet Doppler, aberration de la lumière. Effet Sagnac, métrique sur un disque tournant.
- Relativité générale : principe d'équivalence, introduction d'une métrique, temps propre, décalage gravitationnel des fréquences (effet Einstein), espace associé à un observateur. Mouvements des particules massives et des photons déduits du principe des géodésiques. Approximation post-newtonienne. Echelles de temps. Avance du périhélie des planètes, effet de retard (effet Shapiro), déviation des rayons lumineux.

045 Travail d'étude et de recherche - TER (6 ECTS) (2nd semestre)

Responsable : Frédéric Klopp

mél : `frederic.klopp@imj-prg.fr`

url : http://www.master.ufrmath.upmc.fr/fr/niveau_m1/travaux_d_etude_et_de_recherche_ter_stages.html

Objectifs de l'UE : Le TER de la première année de Master Mathématiques consiste en un travail d'étude et de recherche effectué sous la direction d'un enseignant qui propose le sujet. Il peut s'effectuer en binôme. Ce travail pourra être théorique ou/et comporter une partie de simulation numérique. Il pourra également être réalisé autour d'une question émanant d'un partenaire industriel ; le sujet est alors proposé conjointement par ce partenaire et l'enseignant responsable du TER. Le stage de TER est généralement effectué au second semestre.

Évaluation l'UE : Le TER donne lieu à un rapport écrit et à une soutenance orale (d'environ 30 minutes), qui constituent l'évaluation du travail. La soutenance devra avoir eu lieu au plus tard deux semaines avant le jury du second semestre. La validation du TER permet l'attribution de 6 ECTS dans le cadre du second semestre du M1.

Déroulement de l'UE : Un T.E.R. dure au moins quatre mois ; pour qu'il soit soutenu avant les jurys de juin, il doit donc être débuté au plus tard à la fin janvier.

L'inscription en T.E.R. est subordonnée au choix d'un sujet, à l'obtention de l'accord de l'enseignant-chercheur responsable du sujet ainsi que de l'accord du responsable des T.E.R. Certains sujets proposés en début d'année universitaire sont rassemblés dans un fascicule

http://www.math.jussieu.fr/~klopp/TER/TER-2015-2016.pdf

L'étudiant intéressé par un sujet rencontre l'enseignant-chercheur qui le propose. Un étudiant intéressé par un domaine particulier peut aussi aller voir un enseignant-chercheur de son choix afin de lui proposer de le diriger lors d'un T.E.R. ; le sujet peut alors être défini d'un commun accord.
Dans tous les cas, l'étudiant confirme son choix auprès du responsable des T.E.R. qui coordonne le processus. Le cas échéant, le responsable des T.E.R. donne son accord. Une fois le sujet choisi et, le cas échéant, le binôme constitué, les étudiants rencontrent régulièrement l'enseignant responsable du sujet qui les guidera dans leur travail.

NB :

- Le TER n'est pas ouvert aux étudiants inscrits en FOAD.
- Pour s'inscrire dans ce module, il est nécessaire d'avoir validé le premier semestre du M1.

047 Géométrie et mécanique (6 ECTS) (2e semestre)

Professeur : À déterminer

Objectifs de l'UE : Prenant comme fil directeur une introduction à la structure géométrique des équations de la mécanique, on donnera dans le cours les bases nécessaires en calcul différentiel, calcul extérieur et équations différentielles. Le cours s'adresse à des étudiants en première année de master de mathématiques, de physique, de mécanique ou d'astronomie, ainsi qu'à des étudiants désirant préparer l'agrégation de mathématiques.

Prérequis : Les notions nécessaires de calcul différentiel et extérieur seront étudiées en fonction des besoins des étudiants.

Thèmes abordés : 1. Calcul différentiel, théorème d'inversion locale. Equations différentielles et champs de vecteurs. Formes différentielles. Application : équations de Maxwell.

2. Courbes et surfaces régulières. Symétries et intégrales premières.

3. Calcul variationnel, équations d'Euler Lagrange. Application : recherche de flots géodésiques sur des surfaces.

4. Introduction à la mécanique lagrangienne via le principe de moindre action.

Organisation pédagogique : le cours a lieu à l'Observatoire de Paris
http://master-1.obspm.fr/

048 Systèmes dynamiques (6ECTS) (2e semestre)

Professeur : Frédéric Le Roux

mel : lerouxf@math.jussieu.fr

url : https://webusers.imj-prg.fr/~frederic.le-roux/

Objectifs de l'UE : Ce cours a pour objet de présenter quelques concepts fondamentaux de systèmes dynamiques (conjugaison, orbites périodiques, récurrence, mesures invariantes, etc.) introduits à travers l'étude de nombreux exemples. Ce sera aussi l'occasion de revisiter de nombreuses notions du programme de Licence en topologie, algèbre linéaire, calcul différentielle, analyse réelle, analyse complexe, etc. En particulier, il peut être intéressant de le suivre dans l'optique d'une préparation à l'agrégation.

Prérequis : Cours standard de topologie, calcul différentiel, algèbre linéaire, un peu de théorie de la mesure.

Thèmes abordés :

– Dynamique contractante et applications : Théorème du point fixe de Banach-Picard à paramètres ; distance de Hausdorff, construction de fractales par systèmes de fonctions itérées.

– Equations différentielles, champs de vecteurs et flots : Théorème de Cauchy-Lipschitz à paramètres ; portraits de phase des champs de vecteurs linéaires ; notions de conjugaison. Eventuellement : théorie de Poincaré-Bendixson ; application de premier retour ; systèmes prédateurs-proies ; exemples de flots chaotiques (attracteur de Lorentz).

– Systèmes dynamiques en dimension un : Période trois implique le chaos ; théorème de Sharkovski ; croissance des orbites périodiques, notion de mesure invariante, conjugaison. Exemple de l'application logistique (doublement de période, unicité des orbites périodiques attractives).

– Systèmes dynamiques en dimension deux : Billard convexe, existence d'orbites périodiques, mesures invariantes et points récurrents ; exemples de dynamiques chaotiques. Cas du billard elliptique.

Eventuellement : systèmes dynamiques holomorphes, méthode de Newton, ensembles de Julia et de Mandelbrot.

053 Calcul scientifique pour les grands systèmes linéaires (6 ECTS) (2e semestre)

Professeur : Xavier Claeys, Giovanni Migliorati

mél : `claeys@ann.jussieu.fr` `giovanni.migliorati@gmail.com`

Objectifs de l'UE : Le cours abordera, sous l'angle de la programmation pratique, les méthodes de résolution classiques des systèmes linéaires de grande dimension, tels que ceux rencontrés lors de la résolution approchée d'équations au dérivée partielles. Ce cours s'appuiera sur le langage C++.

Prérequis : Bases solides en algèbre linéaire, et une première expérience en programmation.

Thèmes abordés : stockage des matrices creuses, méthode de résolution directe (Gauss,LU), méthode de résolution itératives stationnaires (Jacobi, Gauss-Seidel, gradient à pas optimal), principe général des méthodes de Krylov , méthode MinRes, gradient conjugué, méthode GMRes, décomposition en valeurs singulières, appel de bibliothèques avec C++ (BLAS, Lapack, UMFPACK).

Remarque : Ce cours donne lieu à un projet, qui est préparé par groupes d'un ou deux étudiants et est soutenu individuellement.

054 Mise en oeuvre de la méthode des éléments finis (6 ECTS) (2e semestre)

Professeurs : Xavier Claeys, Giovanni Migliorati

mél : `claeys@ann.jussieu.fr` `giovanni.migliorati@gmail.com`

Objectifs de l'UE : Ce cours discutera de l'implémentation concrète et des subtilités algorithmiques d'un code éléments finis en s'appuyant, d'un point de vue logiciel, sur le langage Python. On se focalisera en particulier sur la méthode des éléments finis P1-Lagrange. Le cours comportera une forte part de TP et un projet en fin de semestre.

Prérequis : Bases solides en algèbre linéaire, bonne compréhension des espaces de Hilbert, connaissance pratique de l'espace des fonctions de carré intégrable.

Thèmes abordés : formule de Green, quelques éléments sur les espaces de Sobolev, formulation variationnelle pour des EDP elliptiques classiques, théorème de Lax-Milgram, rappels sur Python, présentation de Numpy, Scipy, Matplotlib, présentation théorique de la méthodes éléments finis P1-Lagrange, aspects algorithmiques des éléments finis (assemblage des matrices, quadrature des intégrales), debuggage d'un code éléments finis, visualisation des solutions, présentation de FreeFEM++ et d'autres bibliothèques EF.

Remarque : Ce cours donne lieu à un projet, qui est préparé par groupes d'un ou deux étudiants et est soutenu individuellement.

055 Stage en entreprise pour mathématiciens (6 ECTS) (1er ou 2e semestre)

Professeur : Hervé Le Dret

mél : `herve.le_dret@sorbonne-universite.fr`

url : http://www.master.ufrmath.upmc.fr/fr/niveau_m1.html (onglet insertion professionnelle)

Objectifs de l'UE : Donner aux étudiants la possibilité d'avoir une expérience de l'utilisation des outils mathématiques et des logiciels scientifiques dans le milieu de l'entreprise ou de l'industrie. Préciser un projet professionnel en découvrant de façon concrète un domaine d'application lié aux mathématiques.

Prérequis : lire la description détaillée sur le site web
http://www.master.ufrmath.upmc.fr/fr/niveau_m1.html (onglet insertion professionnelle) et prendre contact avec le professeur responsable de l'UE avant d'établir la convention de stage.

Thèmes abordés : L'étudiant trouve son stage seul. Le sujet est proposé par l'entreprise et doit être validé par le responsable de l'UE avant le début du stage. Le stage doit comprendre une immersion totale dans l'entreprise pendant 2 mois minimum, soit pendant l'été soit pendant un semestre universitaire si l'étudiant a déjà validé les autres modules, dans le cas d'un M1 étalé sur plus d'un an. Les stages ayant lieu pendant l'été seront évalués à la rentrée de septembre. D'autres situations particulières peuvent être étudiées au cas par cas. Les stages validés au titre d'un autre diplôme ne peuvent pas être pris en compte. L'évaluation du stage repose sur trois critères : la rédaction d'un rapport, la soutenance orale et l'avis motivé du responsable en entreprise.

Tous les étudiants voulant faire un stage en entreprise pendant l'année de M1, dans le cadre de cette UE ou non, doivent remplir un formulaire en ligne http:

//www.master.ufrmath.upmc.fr/fr/niveau_m1.html (onglet insertion professionnelle) pour pouvoir ensuite obtenir une convention de stage.

056 Programmation en C++ (6 ECTS) (2e semestre)

Professeur : Damien Simon
mél : damien.simon@sorbonne-universite.fr
url : http://www.normalesup.org/~dsimon/enseignement/4m056.html

Objectifs de l'UE : Ce cours donne les bases du langage de programmation C++ avec une orientation vers les probabilités, les statistiques et les structures de données. Si le temps le permet, nous aborderons également l'interfa cage avec Python et le calcul parallèle.

Prérequis : Notions d'algorithmique (tests logiques, boucles, fonctions)

Thèmes abordés : Les premières séances sont consacrées aux bases du langage C++ : syntaxe, compilation (avec g++), gestion élémentaire de la mémoire, présentation de la bibliothèque standard, notion de classe pour définir de nouveaux objets.

Par rapport au Python abordé en L3, le C++ est un langage en apparence plus rigide mais sa structure permet une gestion précise de la mémoire et de l'optimisation qui permet une vitesse d'exécution très supérieure et reste indispensable dans une perspective de calcul intensif ou de *big data* ; d'ailleurs, de nombreuses bibliothèques pour Python sont en fait codées en C++. La seconde partie du cours met ainsi l'accent sur la manipulation de la mémoire par pointeurs, l'optimisation, les *templates* et l'étude (en cours et en TP) de différentes structures algorithmiques de données. La majorité des TP seront orientés vers des applications aux probabilités et statistiques et permettront d'apprendre les outils nécessaires à une bonne gestion de l'aléatoire.

057 Analyse convexe (6 ECTS) (2e semestre)

Professeur : Stanislaw Szarek
mél : stanislaw.szarek@imj-prg.fr
url : https://webusers.imj-prg.fr/~stanislaw.szarek/

Objectifs de l'UE : L'analyse convexe apparaît depuis les années 1970 (au moins) comme l'un des piliers des mathématiques dites “appliquées”. Elle intervient en particulier dans la modélisation et la résolution numérique de problèmes dans pratiquement tous les secteurs où la modélisation mathématique est pertinente. Plus récemment, les propriétés de convexité ont joué un rôle central dans certaines branches des mathématiques dites “pures”, par exemple le calcul des variations, les systèmes dynamiques et l'analyse fonctionnelle.

L'objectif de ce cours est d'introduire les fondements de l'analyse convexe, de montrer quelques-unes de ses implications pour les méthodes algorithmiques et d'illustrer ses applications au traitement du signal.

Prérequis : Algèbre linéaire, topologie élémentaire, calcul différentiel élémentaire.

Thèmes abordés :
— Rappels sur les espaces affines, euclidiens et le calcul matriciel

- Ensembles convexes, propriétés algébriques et topologiques
- Fonctions convexes, propriétés algébriques et topologiques
- Calcul différentiel pour les fonctions convexes
- Conjugaison de Legendre-Fenchel
- Vers des applications “pratiques” et “théoriques”
  - Quelques problèmes d’optimisation (linéaire-nonlinéaire)
  - Quelques algorithmes pour la recherche de solutions optimales (linéaire-nonlinéaire)
  - Quelques éléments de l’acquisition comprimée (compressed sensing)

059 Topologie algébrique (6 ECTS) (2e semestre)

Professeur : Ilia Itenberg
mél : ilia.itenberg@imj-prg.fr
url : http://webusers.imj-prg.fr/~ilia.itenberg/

Objectifs de l’UE : Dans ce cours, nous introduirons la théorie des revêtements, en lien avec la notion d’homotopie. Nous définirons le groupe fondamental d’un espace topologique, et nous apprendrons à le calculer sur des exemples, notamment à l’aide du théorème de van Kampen.

Prérequis : Connaissances en topologie et calcul différentiel du niveau licence.

Thèmes abordés : Revêtements, homotopie, groupe fondamental.

060 Introduction aux surfaces de Riemann (6 ECTS) (2e semestre)

Professeur : Elisha Falbel
mel : elisha.falbel@imj-prg.fr
url : https://webusers.imj-prg.fr/~elisha.falbel/

Objectifs de l’UE : L’objectif de ce cours est de proposer une introduction aux divers aspects algébriques, analytiques et géométriques d’un des objets les plus riches et importants des mathématiques.

Prérequis : Analyse complexe élémentaire et les bases de la topologie algébrique.

Thèmes abordés : Surfaces de Riemann, courbes algébriques, Diviseurs et fibrés en droites complexes, Théorème de Riemann-Roch, Géométrie hyperbolique et sous-groupes discrets.

061 Modèles Mathématiques en Neurosciences (6 ECTS) (2e semestre)

Professeurs : Delphine Salort et Michèle Thieullen
mél : delphine.salort@sorbonne-universite.fr
michele.thieullen@sorbonne-universite.fr

Objectifs de l’UE : Introduire les modèles mathématiques développés dans les neurosciences et donner aux étudiants la formation en systèmes dynamiques déterministes ou stochastiques nécessaire à leur compréhension.

Prérequis : Sont souhaitables :
- un cours de niveau L3 de Probabilités (3M245 ou 3M290)
- un cours de Topologie et Calcul Différentiel (3M260)
- une initiation à la programmation pourra être utile

Thèmes abordés :

- Comment fonctionne un neurone. Notion d'excitabilité, de décharge. Génération et propagation du potentiel d'action.
- Modèle Intègre-et-Tire déterministes et stochastiques.
- Les modèles classiques : équations de Hodgkin-Huxley, de FitzHugh-Nagumo, de Morris-Lecar.
- Bruits Gaussiens et Poissoniens. Modélisation du fonctionnement des canaux ioniques par des processus de Markov.
- Introduction aux systèmes dynamiques. Points stationnaires, cycles limites et théorie des bifurcations.
- Systèmes dynamiques lents-rapides.
- Temps de décharge et problèmes d'estimation. Densité de probabilité et équations aux dérivées partielles.

062 **Systèmes dynamiques discrets et continus en biologie et médecine (6 ECTS) (1er semestre)**.

Professeur : Delphine Salort
mél : `delphine.salort@sorbonne-universite.fr`
url : `http://www.lcqb.upmc.fr/users/salort`

Objectifs de l'UE : L'objectif de ce cours est d'introduire les principaux outils de base mathématiques qui interviennent dans la conception et l'étude de nombreux modèles permettant de décrire des phénomènes issus de la biologie. Dans le cadre de ce cours, nous allons nous centrer sur des modèles dont la branche des mathématiques est principalement issue du domaine de l'analyse et des équations ordinaires et aux dérivées partielles. Ces outils sont très performants dans de nombreux cadres issues de la biologie, dont certains seront détaillés avec dans ce cours.

Prérequis : Ce cours s'adresse à des étudiants venant de divers horizons, le niveau de prérequis est donc assez bas, des exercices adaptés aux objectifs du cours permettront de combler les lacunes éventuelles.

Thèmes abordés : modèles de dynamique de population discrets et structurés :
Algèbre linéaire, matrices, théorème de Perron Frobenius
modèles EDO d'ordre 1 en 1d et multi-d (compétition, écologie, proie prédateur...) :
Calcul différentiel, portrait de phases, stabilité, dynamique asymptotique
approximation des EDO : différences finies
Analyse des EDP structurées
Bibliographie : Mathematical biology, J. Murray.

065 **Calcul stochastique et introduction au contrôle stochastique (12 ECTS) (2e semestre)**

Professeur : Idris Kharroubi
mél : `idris.kharroubi@sorbonne-universite.fr`
url : `https://www.lpsm.paris//pageperso/kharroubii/`

Objectifs de l'UE : Présenter des éléments de calculs stochastiques à temps discret et continus, avec application au contrôle markovien, au filtrage et à la finance.

Prérequis : Il est indispensable d'avoir les connaissances du cours de Probabilités Approfondies (espérance conditionnelle, chaînes de Markov, martingales)

Thèmes abordés :

Temps discret : calcul stochastique (applications à la valorisation d'action), contrôle stochastique (gestion de stock, gestion de portefeuille), arrêt optimal (problème du mariage, valorisation d'un stockage gazier), filtrage.

Temps continu : mouvement brownien, intégrale stochastique, formule d'Itô, formule de Feynman-Kac, contrôle de diffusions. Applications à la formule de Black et Scholes, à la gestion de portefeuille de Merton.

068 Combinatoire et Optimisation (6 ECTS) (2e semestre)

Professeur : Michel Pocchiola
mél : michel.pocchiola@imj-prg.fr
https://webusers.imj-prg.fr/~michel.pocchiola/

Objectifs de l'UE : Introduction à l'optimisation combinatoire.

Prérequis : Algèbre linéaire.

Thèmes abordés :
Théorie des graphes, Optimisation Combinatoire, Calculabilité et Complexité.

1. Matroides, bases optimales et algorithme glouton, intersection de matroides.
2. Flots et couplages dans les graphes.

072 Statistiques bayésiennes (6 ECTS) (2ème semestre)

Professeur : Anna Ben-Hamou
mél : anna.ben-hamou@upmc.fr
url : http://www.lpsm.paris/dw/doku.php?id=users:benhamou:index

Objectifs de l'UE : Présenter l'approche bayésienne en statistiques. Former à son utilisation dans les modèles statistiques paramétriques. Des séances de TD permettront de mettre en application les notions vues en cours.

Prérequis : Avoir suivi au moins un cours de probabilité, notions de base sur l'espérance conditionnelle et les lois conditionnelles. Avoir déjà suivi un cours de statistique peut aider, mais ce n'est pas indispendable.

Thèmes abordés : L'approche bayésienne est très utilisée en pratique car elle permet notamment d'incorporer naturellement une notion d'incertitude sur les paramètres à estimer par l'intermédiaire d'une loi de probabilité, la loi a priori. Cette loi est ensuite 'mise à jour' à l'aide des données pour former une nouvelle loi, la loi a posteriori, qui constitue l'estimateur au sens bayésien. Le cours abordera les notions suivantes : formalisme bayésien, lois a priori et a posteriori, formule de Bayes, lois conjuguées, aspects de l'a posteriori et lien avec l'estimation ponctuelle, régions de crédibilité, choix de lois a priori, éléments d'analyse asymptotique, principes numériques de simulation de lois a posteriori.

073 Statistique avancée : non paramétrique, grande dimension et données massives (6 ECTS) (2ème semestre)

Professeur : Étienne Roquain
mél : etienne.roquain@sorbonne-universite.fr
url : http://etienne.roquain.free.fr

Objectifs de l'UE : Ce cours a pour but d'introduire les outils nécessaires à l'analyse des données "modernes", assez massives et complexes. Les étudiants devront s'approprier les concepts évoqués en cours et TDs et seront évalués sur leur capacité à manipuler ces notions.

Prérequis : Ce cours est un cours de statistiques avancées, qui nécessite d'avoir validé un cours de statistique de contenu au moins équivalent à "Statistique de base" et un cours de probabilité de contenu au moins équivalent à "Probabilités de base".

Thèmes abordés : Les thèmes suivants seront notamment abordés :

- Statistique de base : rappels sur l'estimation, les tests et les régions de confiance ; estimateur minimax ; estimateur de Bayes ;
- Statistique non paramétrique : inférences pour la fonction de répartition ; test d'adéquation à une loi ; test du χ^2 ; régression non-paramétrique ; estimateur par moyennes locales ; noyaux ; histogrammes ;
- Estimation en grande dimension : modèles de grande dimension ; estimateur par shrinkage ; phénomène de Stein ; estimateur par seuillage ; sparsité ; modèles à représentation sparse ;
- Tests en grande dimension : tests de détection ; tests multiples ; identification des gènes différentiellement exprimés.

074 Probabilités numériques et statistiques computationnelles (12 ECTS) (2ème semestre)

Professeur : Vincent Lemaire, Tabea Rebafka
mél : vincent.lemaire@sorbonne-universite.fr
tabea.rebafka@sorbonne-universite.fr
url : http://www.proba.jussieu.fr/~lemaire/
http://www.proba.jussieu.fr/~rebafka/

Objectifs de l'UE : Présenter des méthodes numériques de probabilités et de statistiques. D'une part, on donnera des justifications théoriques pour les différents algorithmes, d'autre part, la mise en œuvre pratique sur machine des différentes méthodes est au cœur de ce cours.

Prérequis : Des bonnes connaissances des probabilités ainsi que des bases de programmation (peu importe le langage). Les TP commenceront par une initiation à la programmation en R.

Thèmes abordés :

Partie I : Probabilités numériques

- Simulation d'objets aléatoires
- Méthode de Monte Carlo
- Optimisation stochastique

Partie II : Statistiques Computationnelles

- Introduction/Rappel à la statistique

— Bootstrap (bootstrap simple, intervalles de confiance)
— Méthodes pour des modèles à variables latentes (modèle de mélange, algorithme EM, échantillonneur de Gibbs)

4P002 **Physique quantique et applications (6 ECTS) (1er semestre)**

Professeur : À déterminer

Objectifs de l'UE : Le but de ce cours, qui complète le cours de physique quantique dispensé en (L3), est de donner aux étudiants les connaissances de base en physique quantique qui leur serviront dans les différentes spécialités de la physique allant de la physique atomique à l'optique quantique et à la matière condensée. Les outils théoriques et leur illustration sur des exemples simples seront donnés en cours, et leurs applications à des domaines variés seront données en travaux dirigés.

Prérequis : Cours de mécanique quantique de (L3) 3P020 ou équivalent (physique ondulatoire, puits de potentiel, oscillateur harmonique, atome d'hydrogène, formalisme de Dirac).

Thèmes abordés :
–Formulation générale de la mécanique quantique.
–Théorie des perturbations stationnaires.
–Perturbations dépendant du temps. Règle d'or de Fermi.
–Problèmes à une dimensions. Potentiel périodique.
–Problèmes à trois dimensions. Potentiel central.
–Théorie générale du moment cinétique, spin.
–Théorème de Hellmann-Feynman.
–Théorème du viriel.
–Théorème de Ritz et méthode variationnelle.
–Applications de la théorie des perturbations à l'atome d'hydrogène.
–Particules indentiques.

Des exemples d'application venant de la recherche actuelle sur les atomes froids, les gaz quantiques, la matière condensée et la physique théorique seront présentés en cours et en travaux dirigés.

OI1 **Orientation et Insertion professionnelle (3 ECTS) (1er semestre)**

Professeurs : Hervé Le Dret
mel : `herve.le_dret@sorbonne-universite.fr`

Objectifs de l'UE : L'objectif de l'UE est d'aider les étudiants à préciser leur projet professionnel, et de s'assurer qu'ils s'orientent de la manière optimale pour le réaliser. Les étudiants sont répartis par groupes encadré par un enseignant chercheur qui est en même temps leur *directeur d'étude* pour l'année entière.

UE obligatoire : Les étudiants suivant au moins un cours en présentiel au premier semestre doivent obligatoirement suivre cette UE ainsi qu'une UE de langue à 3 ECTS.

Organisation de l'UE : Les informations détaillées seront communiquées sur le site web
http://www.master.ufrmath.upmc.fr/fr/niveau_m1.html (onglet insertion professionnelle) et sur Moodle.

1.8 Responsable et site

Responsable : Thierry LEVY thierry.levy@sorbonne-universite.fr

Site : http://www.master.ufrmath.upmc.fr/

Des renseignements pratiques sur les inscriptions et le calendrier (page 158) du Master 1 sont disponibles au chapitre 11.1.

Chapitre 2

Master 2, Parcours Mathématiques fondamentales

2.1 Objectifs et descriptions

Le parcours *Mathématiques fondamentales* s'adresse aux étudiants titulaires d'un M1 de mathématiques ou d'un titre équivalent.

Un large spectre des mathématiques fondamentales est généralement couvert, avec des variations selon les années : théorie des nombres, géométrie algébrique, théorie de Lie, topologie, géométries analytique et différentielle, systèmes dynamiques, analyse fonctionnelle, analyse harmonique, équations aux dérivées partielles, etc.

2.2 Débouchés professionnels

Le programme fournit une base solide aux futurs chercheurs et enseignants-chercheurs pour les universités et les centres de recherche ainsi que pour les futurs enseignants. Certains étudiants continueront après le master un cursus de 3 ans d'études doctorales.

Une partie importante d'étudiants avec leurs diplômes du Master 2 pourront commencer ou avancer leurs carrières académiques ou dans le secteur des entreprises.

Notons que dans plusieurs grands pays comme l'Allemagne, le Royaume Uni ou les Etats-Unis, un master ou, mieux, une thèse de mathématiques est un gage suffisant de puissance et de créativité intellectuelles pour être recruté par une entreprise de haute technologie.

Les étudiants étrangers développeront des collaborations avec la France aussi bien en matière de recherche, d'enseignement que d'autres domaines. Certains d'eux travaillent déjà dans les universités ou les centres de recherche.

2.3 Organisation

Le cursus comprend des *cours*, une *UE d'ouverture* et un *mémoire*. Les étudiants sont libres de choisir les cours. Quatre cours seront exigés ainsi qu'un mémoire de recherche. Le mémoire, dirigé par un enseignant-chercheur, introduit les étudiants aux sujets de recherche en cours de développement. Les étudiants sont tous suivis, guidés et encadrés par les responsables et les enseignants-chercheurs.

2.4 Publics visés, prérequis

Les étudiants ayant un diplôme de Master 1 de Sorbonne Université ou l'équivalent auront les meilleures chances de réussite dans ce parcours. Nous visons également les élèves des grandes écoles, les futurs agrégés et bien sûr les étudiants étrangers.

Les étudiants en thèse et les chercheurs débutants profiteront de ce programme pour élargir leur champ de connaissances.

Un nombre important de cours seront proposés pour l'enseignement à distance visant les étudiants en situation familiale ou professionnelle particulière.

2.5 Description des UE

5MF62. Inégalités, convexité et concentration de la mesure (9 ECTS) (1er semestre)

Professeur : Dario Cordero-Erausquin

mel : dario.cordero@imj-prg.fr

Objectifs de l'UE : Ce cours a pour but de présenter des techniques variées permettant d'établir des inégalités fonctionnelles et géométriques, techniques et inégalités qui peuvent être utiles dans divers domaines des mathématiques. Ces inégalités seront souvent liées à de la convexité et à des phénomènes en grandes dimensions.

Nous commencerons par la géométrie des mesures log-concaves sur $\mathbb{R}^n$, qui sont l'analogue fonctionnel des ensembles convexes. Nous établierons l'inégalité de de Brunn-Minkowski et étudierons quelques-unes de ses conséquences (inégalité isopérimétrique dans l'espace euclidien, sections des corps convexes, inégalité de concentration de Borell). Nous étudierons ensuite des propriétés d'intégrabilité exponentielle et comme conséquence les inégalités de types Khintchine.

Nous passerons ensuite plus spécifiquement aux inégalités de concentration pour la mesure gaussienne. Comme application de ce phénomène de concentration, nous établirons le théorème de Dvoretzky qui affirme qu'en grande dimension, les sections (aléatoires) d'un corps convexe sont sphériques (ou plutôt ellipsoïdales). Nous présenterons aussi le lemme de Johnson-Lindenstrauss utilisé en analyse de données.

Nous nous intéresserons enfin aux inégalités de Poincaré et de Sobolev logarithmique. Dans le cas gaussien, nous introduirons la méthode du semi-groupe de la chaleur, qui nous permettra également de s'attaquer au problème isopérimétrique gaussien. Si le temps le permet, nous regardons les versions discrètes des inégalités spectrales de type Poincaré, en lien avec la constante de Cheeger, et nous étudierons les graphes aléatoires d'Erdös-Rényi et les graphes expenseurs.

Prérequis : Familiarité avec les notions fondamentales de l'Analyse de M1 (en particulier avec l'intégration). Vocabulaire de base des probabilités, mais aucune connaissance avancée n'est nécessaire pour ce cours.

Thèmes abordés :
- Autour de l'inégalité de Brunn-Minkowski et de Prékopa-Leindler
- Convexité et log-concavité
- Normes ψ_α et inégalités de Khintchine
- Inégalités de concentration gaussiennes, opérateurs aléatoires gaussiens et applications
- Inégalités de Poincaré, de Cheeger et de Sobolev logarithmique
- Méthode du semi-groupe de la chaleur

5MF41. Introduction aux surfaces de Riemann (9 ECTS) (1er semestre)

Professeur : Eleonora Di Nezza

mel : eleonora.dinezza@imj-prg.fr

Objectifs de l'UE : L'objectif de ce cours est de proposer une introduction aux divers aspects algébriques, analytiques et géométriques d'un des objets les plus riches et les plus importants des mathématiques, qui est la source de plusieurs domaines de la recherche contemporaine.

Prérequis : Analyse complexe de M1 et bases de topologie et de géométrie différentielle.

Thèmes abordés :
- Définition et exemples, courbes elliptiques, courbes algébriques, courbes associées aux fonctions holomorphes, théorème d'uniformisation de Riemann.
- Aspects topologiques, genre, formule de Riemann-Hurwitz.
- Fibrés en droites (et courbure), différentielles holomorphes et théorème de Riemann-Roch.
- Faisceaux, cohomologie de Dolbeaut

5MF29. Les outils de la géométrie algébrique (9 ECTS) (1er semestre)

Professeur : Antoine Ducros

mel : antoine.ducros@imj-prg.fr

url : http://webusers.imj-prg.fr/Cours-schemas.pdf

Objectifs de l'UE : Le but de ce cours est d'introduire un certains nombres d'outils et notions, dans différents domaines (catégories, algèbre commutative, théorie des faisceaux), qui sont constamment utilisés en géométrie algébrique à la Grothendieck. Conçu pour préparer au cours d'introduction à la théorie des schémas, il peut présenter un intérêt pour tout étudiant intéressé par l'algèbre, la topologie et la géométrie au sens large.

La référence pour ce cours sera la première partie du polycopié dont l'URL est donnée ci-dessus ; il est possible que le manuscrit subisse quelques (légères) modifications d'ici la rentrée.

Prérequis : Il n'y a pas techniquement énormément de prérequis, sinon les définitions de base de l'algèbre commutative (anneaux, idéaux, modules...) ; mais une solide aisance en la matière est préférable. Je donne à titre indicatif quelques références en plus du polycopié.

Thèmes abordés :

— Le langage des catégories : catégories, foncteurs, équivalence de catégories, foncteurs représentables, produits fibrés, foncteurs adjoints.
— Algèbre commutative : idéaux premiers et maximaux, localisation, éléments entiers, going-up et going-down, normalisation de Noether, Nullstellensatz, dimension de Krull, produit tensoriel.
— Théorie des faisceaux : préfaisceaux, faisceaux, images directes et inverses de faisceaux, espaces annelés, espaces localement annelés, faisceaux de modules.

5MF51. Géométrie différentielle et riemannienne (9 ECTS) (1er semestre)

Professeur : Alexandru Oancea

mel : alexandru.oancea@imj-prg.fr

Objectifs de l'UE : Il s'agit d'une introduction à la géométrie différentielle et riemannienne.

Prérequis : Il est souhaitable d'avoir suivi un cours de géométrie différentielle (niveau M1).

Nous nous appuyerons principalement sur les deux premières références ci-dessous (Minerbe et Gallot-Hulin-Lafontaine). Les autres références sont données à titre indicatif.

Thèmes abordés :

— Champs de vecteurs, distributions, formes différentielles.
— Fibrés, connexions, courbure.
— Métriques riemanniennes, géodésiques, courbure riemannienne, liens entre courbure et géométrie/topologie.
— Notions de géométrie symplectique en lien avec le flot géodésique.

5MF13. Introduction aux formes modulaires (9 ECTS) (1er semestre)

Professeur : Pierre Charollois

mel : pierre.charollois@imj-prg.fr

url : https://webusers.imj-prg.fr/~pierre.charollois/modular_cours.html

Objectifs de l'UE : Ce cours est une introduction aux formes modulaires.

Ce sont des fonctions holomorphes qui satisfont une propriété d'invariance sous l'action par homographies d'un sous-groupe d'indice fini de $SL_2(\mathbb{Z})$.

Elles possèdent des propriétés arithmétiques remarquables, encodées notamment dans leurs coefficients de Fourier, leurs périodes, ou encore dans leur évaluation en des nombres quadratiques imaginaires (points à Multiplication Complexe).

Prérequis : Notes de cours de M1 théorie des nombres de l'UPMC par J. Nekovář, notamment les chapitres "Gauss" et "Dirichlet".

Thèmes abordés :

— Formes et fonctions modulaires ; notion de poids et de niveau.
— Exemples classiques : séries d'Eisenstein, fonctions thêta, fonction Δ de Ramanujan, l'invariant j.

— Opérateurs de Hecke, formes propres, et leurs fonctions L.
— Multiplication Complexe.
— Polynôme de périodes, questions de rationalité.
— Exemples moins classiques (formes modulaires réelles-analytiques, formes faiblement modulaires, ...).

5MF72. Systèmes dynamiques I (9 ECTS) (1er semestre)

Professeur : Yves Coudène

mel : yves.coudene@upmc.fr

url : https://www.lpsm.paris/pageperso/coudene/dea-cours-v4.pdf

Objectifs de l'UE : Un système dynamique est un système qui évolue au cours du temps. On suppose généralement que la loi d'évolution est déterministe et fixée. La donnée est alors une transformation d'un espace dans lui même, que l'on peut itérer (temps discret, $\mathbb{N}$ ou $\mathbb{Z}$), ou alors une équation différentielle, dont la solution est un flot (temps continu, $\mathbb{R}$). De nombreux exemples intéressants viennent de la physique (mécanique, notamment étude du système solaire, mécanique statistique, ...), mais aussi de l'informatique, la chimie, la biologie... L'évolution pour des temps longs est souvent compliquée, donc difficile (impossible en pratique!), à prédire de façon exacte ("chaos", "effet papillon"). Cependant, divers outils permettent de décrire cette évolution de façon qualitative, notamment probabiliste, pour des classes de dynamiques assez vastes pour inclure des modèles intéressants.

Nous introduirons dans ce cours les notions de base ainsi que les exemples classiques des systèmes dynamiques.

Prérequis : Topologie, théorie de la mesure, analyse réelle.

Thèmes abordés :
— Dynamique topologique
— Introduction à la théorie ergodique
— Conjugaison, isomorphisme des systèmes dynamiques
— Théorie spectrale
— Information et entropie métrique

5MF24. Introduction à l'arithmétique des courbes elliptiques II (9 ECTS) (1er semestre)

Professeur : Jean-François Dat

mel : jean-francois.dat@imj-prg.fr

Objectifs de l'UE : Une courbe elliptique sur $\mathbb{Q}$ est une courbe algébrique non-singulière que l'on peut obtenir comme lieu des zéros d'un polynôme homogène de degré 3 dans le plan projectif sur $\mathbb{Q}$. C'est en quelque sorte l'objet le plus simple de la géométrie arithmétique après les "quadriques". Les points complexes d'une courbe elliptique forment une surface de Riemann dont l'espace topologique sous-jacent est un tore, et donc en particulier un groupe. Le fait que cette loi de groupe soit algébrique et définie sur $\mathbb{Q}$ permet d'attacher des invariants arithmétiques très importants, à savoir la structure du groupe des points rationnels et l'action de Galois sur les points "de torsion". Le but de ce cours sera d'introduire ces notions afin de pouvoir énoncer deux conjectures majeures du 20ème siècle : celle de Birch et Swinnerton-Dyer, toujours ouverte, et celle dite “de modularité", célèbre pour impliquer le théorème de Fermat, et prouvée par Wiles, Taylor et coauteurs.

Prérequis :
Cours “Surfaces de Riemann" et “Introduction à la géométrie algébrique".

Thèmes abordés :

- Sur $\mathbb{C}$: tores de dimension 1, invariant modulaire, courbes (et formes) modulaires.
- Sur un corps quelconque. Courbes de genre 1, structure de groupe, équations, isogénies, points de torsions.
- Sur un corps fini, théorème de Hasse, fonction zeta
- Sur $\mathbb{Q}$, théorème de Mordell-Weil, fonction L, conjectures célèbres.

5MF22. Introduction à la théorie des schémas I (9 ECTS) (1er semestre)

Professeur : Antoine Ducros
mel : antoine.ducros@imj-prg.fr
url : http://webusers.imj-prg.fr/Cours-schemas.pdf

Objectifs de l'UE : Le langage des schémas a été introduit par Grothendieck (et son école) dans les années 50-60 avec en ligne de mire les conjectures de Weil ; il permet de manipuler des variétés algébriques sur un corps ou même un anneau quelconques, et est toujours le cadre de travail de la géométrie algébrique contemporaine. On peut par exemple, grâce à lui, étant donné un système d'équations S à coefficients dans $\mathbb{Z}$, voir les variétés définies par S sur les différents corps $\mathbb{F}_p$ (par réduction modulo p des équations) ainsi que sur $\mathbb{Q}$ (en oubliant que les coefficients sont entiers) comme les fibres d'un certain morphisme, et donc penser à cette collection de variétés (dont le corps de définition varie) comme à une famille, au sens géométrique du terme.

Prérequis : Le cours *Les outils de la géométrie algébrique* sera supposé connu. Notre référence de base sera la polycopié dont l'URL est indiquée plus haut. Nous donnons également à titre indicatif quelques références sur le sujet. En plus de celles-ci je conseille la consultation du site *Stacks Project*, https ://stacks.math.columbia.edu/, et la lecture de l'introduction des Éeéments de géométrie algébrique, qui figurent dans la bibliographie ci-dessous.

Thèmes abordés :

- Spectre d'un anneau commutatif. Exemples importants ($\mathbb{Z}$, $k[T]$, $\mathbb{Z}[T]$, $k[S,T]$).
- Définition des schémas et des morphismes de schémas. Propriétés de base.
- Faisceaux quasi-cohérents, morphismes affines, immersions fermées.
- Morphismes de type fini, schémas de type fini sur un corps.
- Foncteur des points d'un schéma.
- Schémas projectifs, morphismes projectifs.

5MF42. Géométrie complexe et théorie de Hodge (9 ECTS) (1er semestre)

Professeur : Gérard Freixas i Montplet
mel : gerard.freixas@imj-prg.fr

Objectifs de l'UE : Le but du cours est d'introduire des notions et outils de base en géométrie complexe et théorie de Hodge. À la fin du programme, les étudiants seront armés pour entamer plusieurs directions plus spécialisés dans ces sujets. L'objet central du cours sont les variétés de Kähler, les fibrés vectoriels holomorphes et leur cohomologie.

Prérequis : Un peu de géométrie différentielle et riemannienne, cohomologie singulière.

Thèmes abordés :

— Variétés complexes : structures presque-complexes, structures complexes, métriques hermitiennes et formes de Kähler.
— Fibrés vectoriels : structures holomorphes, métriques hermitiennes et connexions de Chern, théorème de Newlander–Nirenberg.
— Outils cohomologiques : cohomologie de de Rham et théorème de de Rham, cohomologie de Dolbeault, faisceaux et cohomologie des faisceaux.
— Théorie de Hodge 1 : métriques hermitiennes sur les fibrés, laplaciens, représentants harmoniques.
— Théorie de Hodge 2 : identités de Kähler, décomposition de Hodge, suite spectrale de Hodge – de Rham, structures de Hodge et polarisations.
— Classes de Chern : cohomologie des fibrés projectifs, construction des classes de Chern et propriétés, représentants de Chern–Weil, positivité et théorème de Kodaira.

5MF52. Topologie algébrique des variétés I (9 ECTS) (1er semestre)

Professeur : Ilia Itenberg

mel : ilia.itenberg@imj-prg.fr

Objectifs de l'UE : Un des buts de la topologie algébrique est de fournir des outils algébriques pour l'étude des espaces topologiques. Parmi ces outils, on peut mentionner, par exemple, les groupes d'homologie et les groupes de cohomologie. Un des objectifs principaux de ce cours est d'approfondir les notions d'homologie et de cohomologie à travers l'étude des variétés et des fibrés vectoriels. L'on supposera connues la définition et les propriétés formelles d'homologie et de cohomologie (mais on fera, néanmoins, un petit rappel) et l'on se proposera d'étudier le contenu géométrique de ces notions. Les thèmes phares de ce cours sont la cohomologie de de Rham, la dualité de Poincaré et les intersections dans les variétés, ainsi que les classes caractéristiques.

Prérequis : Il est souhaitable d'avoir suivi un cours de topologie algébrique de niveau M1. Il est aussi souhaitable d'avoir suivi les (ou au moins un des) cours introductifs "Théorie de l'homologie" et "Géométrie différentielle et riemannienne".

Thèmes abordés :

— Rappels sur l'homologie singulière et la cohomologie singulière.
— CW-complexes, homologie cellulaire, exemples de calcul.
— Variétés, classe fondamentale.
— Cohomologie de de Rham. Théorème de de Rham.
— Produits. Dualité de Poincaré. Intersections dans les variétés.
— Introduction aux classes caractéristiques.

5MF53. Matrices aléatoires (9 ECTS) (2nd semestre)

Professeur : Omer Friedland et Henrik Ueberschar

mel : omer.friedland@imj-prg.fr

Objectifs de l'UE : Une grande partie de la théorie des matrices aléatoires tourne autour des propriétés limites du spectre d'une matrice aléatoire A, lorsque la taille N de la matrice A tend vers l'infini. Un exemple remarquable d'une telle approche est la loi du demi-cercle de Wigner, qui prédit le nombre de valeurs singulières de la matrice A qui tombent dans un intervalle donné lorsque N tend vers l'infini. Dans ce cours, nous étudierons des résultats asymptotiques et non asymptotiques.

De nombreuses applications nécessitent une compréhension de ce qui se passe pour un N fixe plutôt que dans la limite. Par exemple, en analyse numérique, on quantifie (arrondis) les nombres réels en les mettant dans un ordinateur. La quantification est habituellement modélisée comme une perturbation aléatoire légère. La stabilité d'un système d'équations linéaires $Ax = b$ sous la quantification dépend du conditionnement de la matrice aléatoire A, le rapport des plus grandes et des plus petites valeurs singulières de A. Il faut donc comprendre le spectre des matrices aléatoires dans les dimensions finies N (pas seulement dans la limite). Une telle théorie de matrices aléatoires non asymptotique sera le contenu de la première partie de ce cours. Il mettra l'accent sur des techniques non-asymptotiques “douces" plutôt que sur des résultats "durs", qui pourraient être utiles pour d'autres problèmes. Ces techniques incluront : les inégalités de concentration, les inégalités de martingale et diverses méthodes de géométrie convexe asymptotique.

La deuxième partie du cours portera sur les résultats asymptotiques et leurs applications à la physique mathématique ainsi qu'à la théorie des nombres. Nous allons étudier la limite lorsque N tend vers l'infini et en particulier les statistiques d'espacements des valeurs propres pour l'ensemble gaussien unitaire et gaussien orthogonal (GUE/GOE). Nous discuterons ensuite comment les distributions d'espacements asymptotiques pour les ensembles GUE et GOE servent comme modèles des distributions d'espacements des valeurs propres dans divers problèmes spectraux en physique mathématique, en mettant l'accent sur les systèmes quantiques chaotiques et désordonnés. Une autre application surprenante concerne l'étude des statistiques des zéros non triviaux de la fonction zêta de Riemann. Nous discuterons comment la théorie des matrices aléatoires permet de calculer les moments de la fonction zêta de Riemann et plus généralement les fonctions L et leur importance dans la théorie des nombres.

Prérequis : Cours introductif (HFE) : Inégalités, convexité et concentration de la mesure, de Dario CORDERO-ERAUSQUIN (c'est conseillé mais pas nécessaire)

5MF73. Systèmes dynamiques II (9 ECTS) (2nd semestre)

Professeur : Patrice Le Calvez

mel : patrice.le-calvez@@imj-prg.fr

Objectifs de l'UE : Ce cours, qui constitue la suite du cours Systèmes dynamiques I du premier semestre, sera principalement consacré à l'éÂľtude des systèmes dynamiques uniformément hyperboliques. Ceux-ci forment une large classe de systèmes qui sont à la fois "chaotiques" et stables. Nous introduirons les exemples fondamentaux (doublement de l'angle, fer à cheval de Smale, automorphismes linéaires hyperboliques du tore) et les principaux outils pour leur étude : outre l'entropie introduite au premier semestre, les chaînes de Markov topologiques, les automorphismes hyperboliques d'un espace vectoriel de dimension quelconque, et les partitions de Markov. Nous verrons les liens qui existent entre entropie et action sur le groupe fondamental. Si le temps le permet, nous introduirons la notion d'indice de Conley ainsi que la notion d'exposant de Lyapounov.

Prérequis : Introduction à la théorie ergodique. Systèmes dynamiques I.

Thèmes abordés :

— Sous-décalages de type fini
— Théorème de la variété stable et théorème de Grobman-Hartman
— Systèmes dynamiques uniformément hyperboliques, difféomorphismes linéaires du tore
— Partitions de Markov
— Entropie et groupe fondamental et si le temps le permet, introduction à l'indice de Conley
— Si le temps le permet, étude des exposants de Lyapounov

5MF27. Introduction à la théorie des schémas II (9 ECTS) (2nd semestre)

Professeur : François Loeser

mel : Francois.Loeser@imj-prg.fr

Objectifs de l'UE : Ce cours est la suite du cours Introduction aux schémas I de A. Ducros. Son but est de présenter les bases de la géométrie algébrique

Prérequis : Le contenu du cours Introduction aux schémas I

Thèmes abordés :

— Cohomologie des faisceaux
— Cohomologie des faisceaux cohérents
— Caractérisation cohomologique des schémas affines
— Finitude de la cohomologie des faisceaux cohérents dans le cas projectif
— Différentielles
— Morphismes plats, lisses, étales

5MF93. Topologie algébrique des variétés II (9 ECTS) (2nd semestre)

Professeur : Julien Marché

mel : julien.marche@imj-prg.fr

url : https://webusers.imj-prg.fr/~julien.marche/enseignement_M2.html

Objectifs de l'UE : Introduire les outils un peu plus avancés de la topologie algébrique tels que l'homologie á coefficients tordus et les suites spectrales avec beaucoup d'applications à la topologie des variétés comme le calcul des obstructions, des classes caratéristiques, des groupes de bordismes et quelques groupes d'homotopie des sphères.

Prérequis :

Thèmes abordés :

— Homologie à coefficients tordus, obstruction.
— Généralités sur les suites spectrales

— Suite spectrale de Serre
— Cohomologie des espaces classifiants et classes caractéristiques
— Groupe de bordisme et construction de Thom-Pontryagin

5MF82. Combinatoire des polytopes (9 ECTS) (2nd semestre)

Professeur : Arnau Padrol

mel : arnau.padrol@imj-prg.fr

Objectifs de l'UE : L'objectif de ce cours est de proposer un parcours initiatique à la combinatoire géométrique. Le cours sera centré sur la théorie combinatoire des polytopes et ses connexions avec la convexité, l'optimisation et la programmation linéaire, la topologie combinatoire, la théorie des matroides orientés, et la complexité algorithmique des problèmes de réalisation.

Il comportera deux parties aux objectifs différents : la première partie donnera un panorama des résultats fondamentaux de la théorie combinatoire des polytopes (Minkowski-Weyl, treillis des faces, relation d'Euler, théorèmes de la borne supérieure et inférieure), tandis que la deuxième partie approfondira une direction particulière en se focalisant sur les espaces de réalisation de polytopes et le célèbre théorème d'universalité de Mnëv.

L'un des enjeux est d'apprendre à appréhender la géométrie en grande dimension. Le cours donnera différentes approches pour générer, manipuler et comprendre des polytopes au delà de la dimension 3 (diagrammes de Schlegel, dualité de Gale). Par ailleurs, le cours soulignera que le passage en dimension plus grande que 4 fait apparaître des phénomènes qui contredisent l'intuition et des résultats classiques de la dimension 3. Par exemple, on montrera l'existence de polytopes dont le graphe est complet, de polytopes sans réalisation rationnelle, et la difficulté algorithmique de réaliser géométriquement les 3-sphères (aussi difficile que la théorie existentielle des réels).

Prérequis : Pas de prérequis particuliers (hormis les bases de l'algèbre linéaire et de la géométrie affine).

Thèmes abordés :

— Résultats fondamentaux : Minkowski-Weyl et élimination de Fourier-Motzkin
— Combinatoire des treillis de faces
— f- et h-vecteurs, relations de Dehn-Sommerville
— Théorème de la borne supérieure
— Matroides orientés et dualité de Gale
— Théorème d'universalité de Mnëv

5MF97. Introduction aux espaces symétriques (9 ECTS) (2nd semestre)

Professeur : Andrés Sambarino

mel : andres.sambarino@imj-prg.fr

Objectifs de l'UE : Les espaces symétriques sont des variétés Riemanniennes vérifiant une condition de symétrie supplémentaire : pour tout point de l'espace l'involution géodésique est une isométrie locale. Partant de cette définition assez élémentaire Élie Cartan, inspiré par des idées de Killing, classifie les espaces symétriques complets simplement connexes (aussi dits globalement symétriques). Le but du cours est d'expliquer cette classification, liant l'étude géométrique de ses espaces à l'étude des groupes de Lie semi-simples.

Nous passerons ensuite à l'étude des espaces symétriques Hermitiens (c'est-à-dire, ceux qui ont une structure complexe invariante par les involutions géodésiques) et montrerons qu'un tel espace est biholomorphe à un domaine symétrique borné.

Si le temps le permet, nous étudierons les espaces symétriques complets de volume fini. Ceux-ci font l'objet de résultats de rigidité frappants tels que le Théorème de Ballman :

- Soit X une variété compacte à courbure non-positive dont le rang géométrique est minoré par 2, alors cette métrique est symétrique.

ou la super-rigidité de Margulis qui entraîne le résultat suivant :

- Soit X un espace symétrique compact à courbure non-positive de rang minoré par 2, alors tout espace symétrique Y (pas forcement compact) admettant une injection $\pi_1 X \to \pi_1 Y$ admet une copie totalement géodésique $X \subset Y$.

Prérequis : Des bases de géométrie différentielle et Riemannienne. Des bases sur les groupes de Lie sont conseillées.

Thèmes abordés :
— Décomposition des espaces globalement symétriques
— Lien ente groupes de Lie semi-simples et espaces globalement symétriques
— Classification des algèbres de Lie semi-simples (complexes et réelles)
— Espaces symétriques Hermitiens
— Espaces localement symétriques

5MF94. Introduction à la résolution des singularités (9 ECTS) (2nd semestre)

Professeur : FRANÇOIS LOESER
mel : Francois.Loeser@imj-prg.fr

Objectifs de l'UE : Le théorème de résolution des singularités d'Hironaka est un résultat fondamental de géométrie algébrique. Il énonce l'existence de résolutions des singularités pour les variétés algébriques sur un corps de caractéristique zéro. Il a été démontré par Hironaka en 1964. Notre objectif est de présenter une preuve plus simple due à Włodarczyk en incorporant des simplications ultérieures dues à Kollár.

Prérequis : Le contenu des cours Introduction aux schémas I et II. Les notions de lissité et d'éclatements seront supposées connues.

Thèmes abordés :
— Résolution et principalisation
— Idéaux marqués
— Hypersurfaces de contact maximal
— Idéaux homogénéisés
— Preuve du théorème

5MF98. Variété hyperboliques, spectre et comptage (9 ECTS) (2nd semestre)

Professeur : FRÉDÉRIC NAUD

Objectifs de l'UE : Dans ce cours, on se propose d'étudier divers aspects de la théorie spectrale des variétés hyperboliques, motivés par des problèmes concrets de comptage dans les groupes discrets. Plus précisément, si Γ est un groupe discret d'isométries de l'espace hyperbolique réel $\mathbb{H}^n$, un problème classique consiste à compter les éléments de l'orbite d'un point z de $\mathbb{H}^n$ sous l'action de Γ :

$$\mathcal{N}_z(R) := \#\{\gamma \in \Gamma \ : \ \mathrm{d}(z, \Gamma z) \leq R\},$$

où "d" désigne la distance hyperbolique. Quel est le comportement asymptotique de $\mathcal{N}_z(R)$ quand $R \to +\infty$? Une des stratégies possibles consiste à utiliser des outils d'analyse harmonique sur le quotient $X = \Gamma \backslash \mathbb{H}^n$ i.e. comprendre le spectre L^2 du Laplacien sur X.

Prérequis : Des Bases de géométrie diff. et Riemannienne. Analyse fonctionnelle et analyse complexe de base. Des rudiments d'EDP linéaire peuvent aider. Des connaissances en théorie ergodique, géométrie des groupes et théorie des représentations sont bienvenues.

Thèmes abordés :
— Espace hyperbolique, groupes discrets, cas Fuchsiens et Kleiniens. Séries de Poincaré, exposant critique, ensembles limites.
— Spectre du Laplacien sur $\mathbb{H}^n$, fonction de Green, résolvante libre.
— Quotients compacts : décomposition spectrale. Opérateurs invariants, formules de pré-trace : application au comptage orbital.
— Formule des traces de Selberg et fonction zêta de Selberg. Quelques conséquences classiques.
— Un survol du cas de volume fini : cusps et matrice de scattering.
— Le cas convexe co-compact : spectre L^2, théorie de Lax-Phillips. Absence de spectre plongé et inégalités de Carleman. Comptage orbital, théorie de Patterson-Sullivan.

5MF99. La conjecture de Weil pour les nombres de Tamagawa sur un corps de fonctions d'après Gaitsgory-Lurie. (9 ECTS) (2nd semestre)

Professeur : MARCO ROBALO
mel : marco.robalo@imj-prg.fr

Objectifs de l'UE : Le but de ce cours est expliquer la preuve de la conjecture de Weil pour les nombres de Tamagawa sur un corps de fonctions, par Gaitsgory-Lurie. Nous commencerons par quelques motivations classiques du problème et son interprétation en termes de l'espace de modules Bun_G des fibrés principaux pour un groupe G. En suite, nous passerons quelque temps à introduire les techniques de la théorie des cat 'egories supérieures nécessaires pour étudier la cohomologie de ces espaces. L'objectif principal du cours sera d'expliquer la formule d'Atiyah-Bott pour la cohomologie de Bun_G en termes de l'homologie de factorisation sur l'espace de Ran.

Prérequis : Géométrie Algébrique, Théorie des Schemas, Topologie Algébrique.

Thèmes abordés :
— Motivation pour la formula de Tamagawa
— Interprétation en termes de l'espace des modules des G-fibrés principaux Bun_G

— La géométrie de Bun_G en tant que champ algébrique
— Techniques des catégories supérieures en cohomologie ℓ-adique
— Homologie de factorisation sur l'espace de Ran et la formule d'Atiyah-Bott pour la cohomologie de Bun_G
— Formules de Traces et Points Fixes du Frobenius

5MF96. Introduction à la théorie de l'indice d'Atiyah-Singer (9 ECTS) (2nd semestre)

Professeur : Shu Shen
mel : shu.shen@imj-prg.fr

Objectifs de l'UE : Ce cours est une introduction à la théorie de l'indice d'Atiyah-Singer. On démontre le théorème de l'indice d'Atiyah-Singer par la méthode du noyau de la chaleur. Comme applications, on en déduit le théorème de Gauss-Bonnet-Chern, le théorème signature de Hirzebruch, et le théorème de Hirzebruch-Riemann-Roch.

Prérequis : Géométrie différentielle, Géométrie complexe et théorie de Hodge

Thèmes abordés :
— La théorie de Chern-Weil
— L'opérateur de Dirac
— Le noyau de la chaleur
— Le théorème de l'indice d'Atiyah-Singer

2.6 Responsables et site

Les responsables du parcours sont Ilia Itenberg et Benoît Stroh. Les informations complètes, régulièrement mises à jour, seront disponibles sur les pages web :
http://master-math-fonda.imj-prg.fr

Sécrétariat : Mme Laurence Dreyfuss
Campus de Jussieu
(premier étage, couloir 15-25, bureau 1.09)
4 place Jussieu, 75005 Paris

Tél & Fax : 01 44 27 85 45
Mél : mailto : laurence.dreyfuss@sorbonne-universite.fr

Chapitre 3

Master 2, Spécialité Probabilités et modèles aléatoires

3.1 Objectifs et descriptions

L'objectif de la spécialité "PROBABILITÉS ET MODELES ALEATOIRES" de la seconde année du Master de Sorbonne Université, est de délivrer une formation de haut niveau en probabilités théoriques et appliquées.

En 2019-20 nous proposons **deux orientations** aux étudiants en fonction des cours suivis et du sujet de mémoire ou de stage choisi : l'une plus centrée sur la

– *Théorie des Processus Stochastiques*,

l'autre sur les

– *Probabilités Appliquées.*

La première orientation prépare les étudiants à une carrière de chercheur (ou enseignant-chercheur) en milieu académique, l'autre à une carrière en milieu industriel, en passant par des stages et des thèses CIFRE.

3.2 Débouchés professionnels

L'objectif principal de cette spécialité est de préparer à une carrière de recherche dans les domaines des probabilités théoriques ou appliquées, de la statistique mathématique. Une bonne proportion des étudiants devrait s'orienter vers la préparation d'une thèse ; un autre débouché naturel est la professionnalisation en milieu industriel. Finalement le diplôme de ce master constitue un atout incontestable dans la carrière de professeurs agrégés en mathématiques.

3.3 Organisation

Cette formation se fait en co-habilitation l'École Normale Supérieure - Ulm et le CERMICS (Ecole des Ponts ParisTech).

Après un cours préliminaire de 2 semaines de remise à niveau, au **premier semestre** les étudiants qui ont choisi l'orientation "*Processus stochastiques*" suivent les cours

— "Processus de Markov et Applications" (9ECTS)
— "Calcul Stochastique et Processus de Diffusions"(9ECTS)
— "Théorèmes Limites pour des Processus Stochastiques" (6ECTS)
— et un cours au choix parmi deux cours "Nuages Poissioniens, Processus de Levy et Excursions"(6 ECTS), ou "Statistique et Apprentissage"(6 ECTS).

Au **premier semestre** les étudiants qui ont choisi l'orientation "*Probabilités Appliquées*" suivent les cours
— "Modèles Markoviens sur des espaces discrets" (6ECTS),
— "Calcul Stochastique et Processus de Diffusions"(9ECTS),
— "Probabilités Numériques et Méthodes de Monte Carlo" (9ECTS),
— "Statistique et Apprentissage"(6 ECTS).

Ces cours du premier semestre présentent les aspects fondamentaux du domaine ; ils forment la base sur laquelle s'appuient les cours spécialisés. Au 2ème semestre les étudiants choisissent les cours spécialisés dans la liste suivante :
— "Probabilités, Algèbre et Théorie Ergodique"(6ECTS),
— "Probabilités et Physique"(6ECTS),
— "Probabilités, Méthodes Numériques, Algorithmes et Internet"(6ECTS),
— "Méthodes Stochastiques et Satistiques II"(6ECTS),
— "Géométrie aléatoire"(6ECTS),
— "Probabilités, Neurosciences et Sciences Médicales"(6 ECTS),
— "Probabilités, Biologie et Analyse des Graphes"(6 ECTS).

Ces cours présentent plusieurs domaines à la pointe de la recherche en Probabilités Théoriques et Appliquées. Le contenu de chacun des cours de cette année est décrit dans la brochure.

Les cours du second semestre conduisent les étudiants à une première confrontation avec la recherche sous la forme d'un mémoire ou d'un stage. **Le mémoire** consiste en général en la lecture approfondie d'un ou plusieurs articles de recherches récents, sous la direction d'un membre du Laboratoire de Probabilités et Modèles Aléatoires ou d'un enseignant de la spécialité. Il doit être redigé en Latex et soutenu devant un jury.

Le mémoire peut-être remplacé par un rapport de stage. **Le stage** s'effectue dans un organisme de recherche ou un bureau d'études, sous la direction conjointe d'un ingénieur de l'organisme d'accueil et d'un enseignant de la spécialité.

La travail de mémoire ou de stage de courte durée (moins de 3 mois) est accredité de 12ECTS, les étudiants doivent le compléter par la validation de trois cours optionnels au choix pour valider 30 ECTS de second semestre.

Le travail de stage industriel de longue durée (à partir de 3 mois) est accredité de 18ECTS, les étudiants le complètent par la validation de deux cours optionnels pour valider 30 ECTS au second semestre.

3.4 Publics visés, prérequis

Cette spécialité s'adresse à des types très variés d'étudiants, en fonction de l'orientation choisie : l'orientation vers la *théorie des processus stochastiques* est plutôt destinée à des étudiants ayant une très bonne formation mathématique se dirigeant vers la recherche académique. L'orientation vers les *Probabilités appliquées* est aussi destinée pour étudiants plus intéressés par les applications en milieu industriel. Elle est très largement ouverte aux élèves ayant une formation plus générale de type ingénieur. Accessoirement, elle approfondit et complète la formation de professeurs agregés en classes préparatoires.

3.5 Description des UE

UE préliminaires

5MA00 Espérance conditionnelle et martingales (0 ECTS) (cours préliminaire intensif de deux semaines au 1er semestre)

Professeur : Laurent Mazliak
mel : Laurent.Mazliak@upmc.fr
url : https://www.lpsm.paris/laboratoire/annuaire/mazliak/

Objectifs de l'UE : Compléter et consolider un prérequis de connaissances en Calcul de Probabilités indispensable pour suivre les cours du Master.

Prérequis : Cours de théorie de la mesure et d'intégration, cours de Probabilités de Base.

Thèmes abordés : Rappels de théorie de la mesure et de l'intégration, de différents modes de convergence en Calcul de Probabilités. Espérance conditionnelle, martingales à temps discret.

UE fondamentales, l'orientation "Processus Stochastiques"

5MA03 Processus de Markov et Applications (9 ECTS) (1er semestre)

Professeur : Irina Kourkova, Thomas Duquesne
mel : Irina.Kourkova@upmc.fr, Thomas.Duquesne@upmc.fr
url : https://www.lpsm.paris/laboratoire/annuaire/kourkova/
url : https://www.lpsm.paris/laboratoire/annuaire/mazliak/

Objectifs de l'UE : Apprendre la théorie des processus de Markov, des exemples et des techniques de base indispensables pour leur analyse.

Prérequis : Cours de théorie de la mesure et d'intégration, cours de Probabilités de Base, espérance conditionnelle, martingales à temps discret.

Thèmes abordés : Chaines de Markov, récurrence et transience, mesure invariante. Processus de saut pur, phénomène d'explosion. Processus de Markov, générateur infinitésimal, résolvante. Propriété de Markov forte. Problème de martingales. Equations de Kolmogorov. Processus de diffusions, leurs générateurs, les liens avec les EDP. Applications en mécanique statistique et en analyse de files d'attente et de réseaux. Applications en biologie : en génétique et dynamique de populations.

5MA02 Calcul Stochastique et Processus de Diffusion (9 ECTS) (1er semestre)

Professeur : Nicolas Fournier
mel : Nicolas.Fournier@upmc.fr

url : https://www.lpsm.paris/laboratoire/annuaire/fournier/

Objectifs de l'UE : Donner les connaissances indispensables sur l'intégrale stochastique et les équations différentielles stochastiques.

Prérequis : Cours de théorie de la mesure et d'intégration, cours de Probabilités de Base, espérance conditionnelle, martingales à temps discret.

Thèmes abordés : Le mouvement brownien, la continuité de ses trajectoires, la propriété de Markov (forte), l'intégration stochastique par rapport à une martingale de carré intégrable, la formule d'Ito, le théorème de Girsanov, les équations différentielles stochastiques (EDS) et leurs solutions faibles ou fortes (dites diffusions), les liens avec les équations aux dériveès partielles, la formule d'Ito-Tanaka, le temps local du mouvement brownien, les EDS réfléchies EDS à coefficients non-lipschitziens, processus de Bessel.

5MA01 Théorèmes limites pour les processus stochastiques (6 ECTS) (1er semestre)

Professeur : Zhan Shi
mel : Zhan.Shi@upmc.fr
url : https://www.lpsm.paris/laboratoire/annuaire/shi/

Objectifs de l'UE : Apprendre de différents modes de convergence de processus stochastiques et théorèmes limites à de différentes échelles.

Prérequis : Cours de théorie de la mesure et d'intégration, cours de Probabilités de Base, espérance conditionnelle, martingales à temps discret.

Thèmes abordés : Convergence des mesures : Tension, Théorème de Prokhorov, représentation de Skorokhod. Théorème de Donsker. Convergence fonctionnelle des processus continus, et applications. Topologie de Skorokhod et convergence des processus à trajectoires cadlag ; critère d'Aldous.

5MA04 Nuages Poissoniens, processus de Levy, excursions (6 ECTS) (1er semestre)

Professeur : Thomas Duquesne
mel : Thomas.Duquesne@upmc.fr
url : https://www.lpsm.paris/laboratoire/annuaire/duquesne/

Objectifs de l'UE : Approfondir le cours "Processus de Markov et Applications".

Prérequis : Cours de base "Processus de Markov et Applications", "Calcul Stochastique et Processus de Diffusions", "Thórèmes Limites pour les processus stochastiques".

Thèmes abordés : Les processus de Lévy, les processus de branchement, les mesures ponctuelles de Poisson, la théorie des excursions, des applications aux processus de Lévy.

UE fondamentales, l'orientation "Probabilités Appliquées."

5MA14 Probabilités Numériques et Méthodes de Monté Carlo (9 ECTS) (1er semestre)

Professeur : Gilles Pages, Vincent Lemaire

mel : Gilles.Pages@upmc.fr, Vincent.Lemaire@upmc.fr
url : https://www.lpsm.paris/laboratoire/annuaire/pages/
url : https://www.lpsm.paris/laboratoire/annuaire/lemaire/

Objectifs de l'UE : Présenter les méthodes de Monte-Carlo et de Quasi-Monte-Carlo d'usage courant et les illustrer sur de nombreux exemples (calculs de prix de couverture et autres).

Prérequis : Cours de théorie de la mesure et d'intégration, cours de Probabilités de Base.

Thèmes abordés : 1. Génération de variables aléatoires suivant les lois usuelles. 2.Méthode de Monte-Carlo : calcul d'espérance par simulation. 3.Méthodes de réduction de variance : variables de contrôle, échantillonnage préférentiel, variables antithétiques, stratification, conditionnement. 4.Quasi-Monte-Carlo : techniques de suites à discrépances faibles. 5.Méthodes de gradient stochastique et de Bootstrap. 6.Discrétisation en temps des équations différentielles stochastiques (schéma d'Euler, de Milshtein) : application au pricing d'options européennes. 7.Amélioration de la méthode dans le cas d'options path-dependent : ponts browniens et autres. 8.Calcul des couvertures et sensibilités par méthode de Monte-Carlo.

Une mise-en-oeuvre informatique des techniques abordés sera effectuée lors des séances de TD. Chaque étudiant devra réaliser, en binôme, un projet informatique (en langage C) implémentant soit des calculs de prix et de couvertures d'options soit des simulations d'autres modèles. Il remettra un rapport décrivant les méthodes utilisées et commentant les résultats obtenus.

5MA02 Calcul Stochastique et Processus de Diffusion (9 ECTS) (1er semestre)

Voir plus haut.

5MM32 Modèles Markoviens sur des espaces discrets (6ECTS) (1er semetre)

Professeur : Irina Kourkova
mel : Irina.Kourkova@upmc.fr
url : https://www.lpsm.paris/laboratoire/annuaire/kourkova/

Objectifs de l'UE : Présenter la théorie des processus de Markov sur des espaces discrets, des exemples et les techniques indispensables pour leur analyse.

Prérequis : Cours de théorie de la mesure et d'intégration, cours de Probabilités de Base, espérance conditionnelle, martingales à temps discret.

Thèmes abordés : Chaines de Markov, récurrence et transience, mesure invariante. Processus de Markov de saut pur, équations de Kolmogorov, mesure invariente, phénomène d'explosion, théorèmes limites. Applications en mécanique statistique et en analyse de files d'attente et de réseaux. Applications en biologie : en génétique et en dynamique de populations.

5MA06 Statistique et Apprentissage (6 ECTS) (1er semestre)

Professeur : Gérard Biau
mel : Gerard.Biau@upmc.fr
url : http://www.lsta.upmc.fr/biau.html

Objectifs de l'UE : Donner aux étudiants les bases fondamentales du raisonnement et de la modélisation statistique, tout en présentant une ouverture vers des thématiques de recherche contemporaines. L'accent sera particulièrement mis sur l'utilisation pratique des nouveaux objets rencontrés.

Prérequis : Une bonne connaissance du calcul des probabilités et de l'algèbre linéaire.

Thèmes abordés : Rappels de probabilités, estimation ponctuelle, estimation par intervalles, tests. Modèle linéaire : estimation, intervalles de confiance et tests. Introduction à l'apprentissage statistique et à la classification supervisée. Minimisation du risque empirique, théorème de Vapnik-Chervonenkis. Règles de décision non paramétriques (méthode des k plus proches voisins et arbres de décision). Quantification et classification non supervisée.

UE optionnelles, 2ème semestre.

5MA07 Probabilités, Algèbre et Théorie ergodique. (6 ECTS) (2ème semestre)

Professeurs : Philippe Biane, Thierry Levy, Romain Dujardin.
mel : biane@univ-mlv.fr Thierry.levy@upmc.fr, Romain.Dujardin@upmc.fr
url : `http://monge.univ-mlv.fr/~biane`
url : `https://www.lpsm.paris/laboratoire/annuaire/levy/`
url : `https://www.lpsm.paris/laboratoire/annuaire/dujardin/`

Objectifs de l'UE : Introduire les étudiants aux sujets de recherche d'actualité qui lient les Probabilités et les Mathématiques Pures. .

Prérequis : Les cours fondamentaux du premier semestre.

Thèmes abordés : Représentations de groupes symétriques, leur comportement asymptotique, théorie de matrices aléatoires, mesure de Plancherel, convolution libre de mesures. Mesure de Yang-Mills sur les surfaces compactes, sa limite lorsque le rang du goupe de structure tend vers l'infini, mouvement Brownien sur les groupes de Lie compacts, théorie de jauge. Introduction à la théorie ergodique, mélange, théorèmes de Von Neumann, Birkhoff, Kingman, cocycles linéaires, exposant de Lyapounov et théorème d'Osseledets.

5MA08 Probabilités et Physique. (6 ECTS) (2ème semestre)

Professeurs : Cristina Toninelli, Vincent Vargas, Anna Ben-Hamou, Quentin Berger
mel : Vincent.Vargas@ens.fr
mel : Cristina.Toninelli@upmc.fr,
mel : Anna.Benhamoui@upmc.fr
mel : Quentin.Berger@upmc.fr
url : `https://www.math.ens.fr/~vargas/`
url : `https://www.lpsm.paris/laboratoire/annuaire/toninelli/`
url : `https://www.lpsm.paris/laboratoire/annuaire/benhamou/`
url : `https://www.lpsm.paris/laboratoire/annuaire/berger/`

Objectifs de l'UE : Introduire les étudiants dans les domaines de recherche d'actualité en Calcul de Probabilités qui visent à rendre mathématiquement rigoureux des résultats et hypothèses en Phyisque.

Prérequis : Les trois cours fondamentaux du 1er semestre.

Thèmes abordés : Systèmes de particules en interaction, comportement en temps long, modèle d'Ising, processus de contact, modèles à contraintes cynétiques, modèle de East. Théorie de champs de Liouville, chaose multiplicatif Gaussien, limite d'échelle de grandes cartes planaires plongées de facon conforme dans la spère. Phénomènes de concentration de la mesure. Inégalités de concentration et leurs applications en physique statistique et autres contextes. Polymères desordonnés, leurs transitions de phase.

5MA09 Probabilités, Méthodes Numériques et Informatique (6 ECTS) (2ème semestre)

Professeurs : Vincent Lemaire, Benjamin Jourdain, Justin Salez
mel : Vincent.Lemaire@upmc.fr, Benjamin.Jourdain@enpc.fr, Justin.Salez@upmc.fr
url : https://www.lpsm.paris/laboratoire/annuaire/lemaire/
url : http://www-rocq.inria.fr/~robert
url : https://www.lpsm.paris/laboratoire/annuaire/toninelli/

Objectifs de l'UE : Introduire les étudiants à la recherche dans les domaines de méthodes numériques probabilistes, de méthodes particulaires, d'algorithmes stochastiques.

Prérequis : Les cours fondamentaux du premier semestre.

Thèmes abordés : Arrêt optimal en temps continu. Enveloppe de Snell. Formulations duales. Etude analytique du prix de l'option américaine dans le cadre du modèle de Black-Scholes. Méthodes numériques de valorisation et de couverture pour les options américaiens *via* des approximations bermudéennes. Estimation de la volatilité d'une semi-martingale, problématique des sauts. Algorithm de Hasting-Metropolis , ses rafinements et applications. Algorithmes particulaires génétiques. Temps de mélange de Chaines de Markov, phénomène de "cutoff" dans leur convergence vers la mesure stationnaire, marches aléatoires sur les réseaux, algorithmes d'exploration d'internet et d'hiérarchisation de pages web.

5MA10 Méthodes stochastiques et statistiques II (6 ECTS) (2ème semestre)

Professeurs : Laurent Decreusefond, Denis Talay, Ismael Castillo
mel : Denis.Talay@sophia.inria.fr
mel : Ismael.Castillo@upmc.fr, Laurent.Decreusefond@telecom-paristech.fr
url : http://www.infres.enst.fr/~decreuse/
url : https://www.lpsm.paris/laboratoire/annuaire/castillo/
url : http://www-sop.inria.fr/members/Denis.Talay/

Objectifs de l'UE : Apprendre des outils stochastiques et statistiques avancés comme le calcul de Malliavin, statistiques bayésiennes non-paramétriques, liens avec les EDP.

Prérequis : Les cours fondamentaux du premier semestre.

Thèmes abordés : Introduction au calcul de Malliavin. Modèles non-paramétriques en statistiques, construction d'une loi a priori à l'aide de processus Gaussiens, processus de Dirichlet, cascades multiplicatives, étude de lois a posteiori corréspondantes.

Construction et optimisation d'un modèle haute fréquence. Couverture haute fréquence optimale de produit dérivés. Processus de diffusion ergodiques. Comportement en temps long d'équations différentielles stochastiques classiques ou non linéaires au sens de McKean–Vlasov. Approximations particulaires pour les EDP.

5MA11 Géométrie Aléatoire (6 ECTS) (2ème semestre)

Professeurs : Bartek Blaszczyszyn, Cedric Boutillier, Béatrice De Tillière, Nicolas Broutin

mel : Bartek.Blaszczyszyn@ens.fr, Cedric.Boutillier@upmc.fr
mel : Beatrice.Taupinart-de-tiliere@u-pec.fr, Nicolas.Broutin@upmc.fr
url : http://www.di.ens.fr/~blaszczy/
url : https://www.lpsm.paris/laboratoire/annuaire/boutillier/
url : http://perso.math.u-pem.fr/de_tiliere.beatrice
url : https://www.lpsm.paris/laboratoire/annuaire/broutin/

Objectifs de l'UE : Introduire les étudiants à le recherche dans le domaine de géométrie aléatoire sous ses différents aspects.

Prérequis : Les cours fondamentaux du premier semestre.

Thèmes abordés : Processus ponctuels et graphes aléatoires. Mesures de Palm et mosaique de Voronoi. Graphes aléaoires d'Erdos-Renyi, modèles épidémiques, modélisation de réseaux sociaux. Modèle Booleén de la géomètrie stochastique, la percolation. Des pavages de $\mathbf{Z}^2$ et du réseau triangulaire. Aspects combinatoires, les relations avec des surfaces aléatoires, arbres couvrants, marches aléatoires à boucles effacées. La forme typique d'un pavage par dominos d'un grand domaine. Les fluctuations autour du comportement limite reliées le spectre des grandes matrices aléatoires et au champ libre gaussien sans masse, des propriétés d'invariance conforme dans la limite d'échelle. Les modèles sur des réseaux bipartis périodiques du plan, des mesures de Gibbs ergodiques. Limites d'échelles de graphes aléatoires, problémes de leur universalité.

5MA12 Probabilités, Neurosciences et Sciences Médicales (6 ECTS) (2ème semestre)

Professeurs : Michele Thieullen, Gregory Nuel.

mel : michele.thieullen@upmc.fr, gregory.nuel@upmc.fr
url :https://www.lpsm.paris/laboratoire/annuaire/thieullen/
url :https://www.lpsm.paris/laboratoire/annuaire/nuel/

Objectifs de l'UE : Introduire les étudiants à la recherche dans des domaines en Calcul de Probabilités en lien avec des neurosciences et la médecine.

Prérequis : Trois cours fondamentaux du premier semestre.

Thèmes abordés : Modèles et Méthodes stochastiques en neurosciences et en électrophysiologie. Temps de premier passage, formule de Feynman-Kac, systèmes lents-rapides. Approximation diffusion, processus de Markov déterministes par morceaux (PDMP), applications des grandes déviations, comportement stationnaire. Estimation de paramètres à partir de l'observation de la suite des temps d' atteinte d' un seuil. Le lien avec des EDP. Reseaux bayésien - notion d'évidence, marginalisation - notion de junction tree, heuristiques de construction - notion de messages, th'eorèmes fondamentaux - algorithmes de propagation, inward/outward, lois jointes -

applications diverses- calcul et maximisation de de la vraisemblance. Illustartions dans le contexte biomédical pour lesquels les calculs seront implémentés sous le logiciel R.

5MA14 Probabilités, Biologie et Analyse des Graphes (6 ECTS) (2ème semestre)

Professeurs : Amaury Lamber, Philippe Robert, Tabea Rebafka.
mel : Amaury.Lambert@upmc.fr, Philippe.Robert@inria.fr,
mel : Tabea.Rebafka@upmc.fr
url :https://www.lpsm.paris/laboratoire/annuaire/lambert/
url :https://www.inria.fr/annuaire/robert/
url :https://www.lpsm.paris/laboratoire/annuaire/rebafka/

Objectifs de l'UE :

Prérequis : Introduire les étudians dans les sujets de recherche en probabilités et biologie (évolutive ou molécilaire), et analyse statistique de graphes de type réseaux (biologiques ou bien sociaux, internet).

Thèmes abordés : Arbres aléatoires discrets, les modèles de dynamique et de génétique des populations (de Cannings, Wright–Fisher, d'Eldon–Wakeley) et les modèles d'arbres phylogénétiques ('Markov branching models' d'Aldous). Arbres réduits. Etude de limites d'échelle des arbres : processus de branchement à espace d'états continu, diffusions de Feller et de Fisher–Wright, Λ-coalescents. Modèles mathématiques en biologie molécullaire, expréssion du gène, production de protéines dans les cellues prokaryotes, phénomènes de polymérisation. Analyse statistique de graphes aléatoires, des données de type réseaux (ex : biologiques, mais aussi sociaux, internet), leur stockage informatique, visualisation, analyse statistique, méthodes de classification.

5MA13 UE de Mémoire de recherche ou de stage (12 ou 18 ECTS) (2ème semestre)

Deux possibilités se présentent.

La première possibilité : l'étudiant analyse en profondeur un ou plusieurs articles scientifiques sous la direction d'un enseignant. Ce travail aboutit à un mémoire de recherche (12 ECTS) que l'étudiant doit écrire et ensuite soutenir devant un jury. Ce travail de recherche est préparatoire pour la thèse.

La deuxième possibilité pour cette UE : l'étudiant effectue un stage en entreprise ou dans un institut de recherche sous la direction conjointe d'un ingénieur (ou chercheur) de cet organisme et un enseignant de la spécialité. L'étudiant doit écrire un rapport de stage et soutenir son travail devant un jury.

Les memoires et les stages de durée inférieure à trois mois sont accredités de 12 ECTS. Les stages industriels de durée supérieure de 3 mois sont accredités de 18 ECTS.

3.6 Responsable et site

Responsable : Irina Kourkova, Professeur à Sorbonne Université.

Adresse electronique : Irina.Kourkova@upmc.fr
Site : https://www.lpsm.paris/formation/masters/m2-probabilites-et-modeles-aleatoires/
Secrétariat : Josette Saman, Sorbonne Université
1er étage, couloir 16–26, bureau 08,
Sorbonne Université
Laboratoire de
Probabilités,Statistiques et Modélisation,
Campus Pierre et Marie Curie,
B.C. 158 ; 4, place
Jussieu, 75252 Paris Cedex 05.
Tel : 01.44.27.53.20

Chapitre 4

Master 2, Parcours Probabilités et Finance

Ce master 2 est actuellement co-opéré avec l'École Polytechnique.

4.1 Objectifs et descriptions

L'objectif de ce parcours est d'apporter aux étudiants un enseignement de haut niveau dans le domaine de la finance mathématique probabiliste. Celle-ci recouvre l'ensemble de la finance de marchés, avec un accent tout particulier mis sur les instruments dérivés, l'étude approfondie des taux d'intérêt, l'analyse du risque d'une part et les méthodes numériques d'autre part. L'année se décompose en un semestre de cours intensifs (du 15 septembre au 31 mars) et un semestre de stage dans un établissement financier (du 1er avril au 30 septembre, éventuellement prolongeable jusqu' à la fin de l'année civile en cours).

4.2 Débouchés professionnels

Les diplômés de ce parcours s'orientent majoritairement vers les cellules de recherche des établissements financiers en France, en Europe (Londres) et dans le reste du monde (USA, Asie). Une fraction d'entre eux s'oriente vers la recherche (thèse, thèse CIFRE, etc.), puis vers des carrières universitaires.

4.3 Organisation

L'année se décompose en deux semestres.

Semestre 1 : Tronc commun fondamental

Il s'agit d'un semestre de cours intensifs.

– 3 cours de remise à niveau à choisir parmi 4 (Informatique $C++$, Probabilités, Statistique, EDP) pendant deux semaines en septembre (Attention, pour le $C++$, 30 places maximum).

– 1 bloc (UE) “Probabilités, méthodes numériques et optimisation" (à partir de fin septembre).

– 1 bloc (UE) “Finance de marché, dérivés et économétrie" (à partir de fin septembre).

Le tronc commun s'achève par une session d'examens la semaine de la rentrée en janvier.

Semestre 2 : Spécialisation et Professionnalisation

Le second semestre est constitué de deux phases.

Lors de la première, de janvier à fin mars, les étudiants doivent

– Valider divers cours obligatoires et des cours d'option organisés en majeur et en mineur.

– Réaliser un projet informatique dans la continuité du cours de *Probabilités numériques et méthode de Monte Carlo en Finance* du tronc commun.

La seconde partie de ce semestre est consacrée au stage en entreprise d'une durée minimale de 5 mois entre la mi-avril (après la fin de la session de rattrapage) et la fin septembre. Celui-ci doit impérativement avoir lieu en entreprise pour être validé.

Un séminaire hebdomadaire est entièrement dévolu à la recherche de stage : les entreprises y sont invitées à venir se présenter et à détailler leurs offres de stage. Le programme du séminaire est consultable sur le site (cf. infra).

4.4 Publics visés, prérequis

Les titulaires d'un M1 de mathématiques appliquées et les élèves de troisième année d'école d'ingénieurs. Les pré-requis sont :

– quantitativement : un excellent niveau général en mathématiques appliquées (Mention Bien au M1 ou top 15% dans une école d'ingénieurs ; double-cursus apprécié).

– qualitativement : un parcours ayant privilégié les disiciplines de l'aléatoire (probabilités et statistique), si possible complété par des connaissances en Analyse appliquée (EDP) et un acquis solide en calcul scientifique (programmation C, C++).

La sélection des candidats est faite par un jury conjoint “Sorbonne Université-École Polytechnique".

4.5 Liste des UE

• Au premier semestre :

5MK01 Probabilités et calcul stochastique pour la finance" (15 ECTS) (1er semestre)

Professeur : Gilles Pagès

courriel : gilles.pages@sorbonne-universite.fr http://www.proba.jussieu.fr/pageperso/pages/

Objectifs de l'UE : Acquérir les outils mathématiques fondamentaux, notamment à caractère probabiliste et statistique en vue de leur application en finance de marché.

Prérequis : Cf. pré-requis généraux pour l'admission dans le parcours "Probabilités et Finance" du Master 2 de mathématiques et Applications

Thèmes abordés : Cette UE est constituée des 4 cours (ou ECUE) suivants : Introduction aux processus de diffusion et calcul stochastique ; Probabilités numériques : méthode de Monte Carlo en finance ; Optimisation convexe et contrôle stochastique ; Machine learning, réseaux de neurones et apprentissage profond. Les contenus de ces cours sont détaillés dans les paragraphes ci-après.

Cette UE est constituée des modules suivants :

- Introduction aux processus de diffusion, calcul stochastique (24C+ 24 TD, Z. Shi).

  Ce cours vise à fournir les outils probabilistes de base nécessaires à la théorie financière en univers aléatoire.
  - Rappels de probabilités.
  - Processus gaussiens. Mouvement brownien.
  - Espérance conditionnelle. Martingales.
  - Intégrale stochastique par rapport au mouvement brownien.
  - Calcul stochastique. Formule d'Itô. Théorème de Girsanov.
  - Équation différentielles stochastiques. Caractère Markovien des solutions. Liens avec certaines E.D.P.

- Probabilités numériques : méthode de Monte Carlo en finance (30C+18 TD+ projet cf. ci-après, G. Pagès, V. Lemaire).

  Le but de ce cours est de présenter les méthodes de Monte-Carlo et de Quasi-Monte-Carlo d'usage courant en finance. De nombreux exemples issus de problèmes de calcul de prix et de couverture d'options illustrent les développements. Une mise en œuvre informatique des techniques abordées sera effectuée lors des séances de TD. Chaque étudiant devra réaliser, en binôme, un projet informatique (en langage C++) implémentant, soit des calculs de prix et de couvertures d'options, soit des simulations de modèles financiers. Il remettra un rapport décrivant les méthodes utilisées et commentant les résultats obtenus. Ce cours aborde les thèmes suivants :
  - Introduction à la simulation : génération de variables aléatoires suivant les lois usuelles.
  - Méthode de Monte-Carlo : calcul d'espérance par simulation.
  - Méthodes de réduction de variance : variables de contrôle, échantillonnage préférentiel, variables antithétiques, stratification, conditionnement.
  - Quasi-Monte-Carlo : techniques de suites à discrépances faibles
  - Optimisation stochastique, approximation stochastique, gradient stochastique et application à la résolution de problèmes inverses en finance .
  - Discrétisation en temps des équations différentielles stochastiques (schéma d'Euler, de Milstein) : application au pricing d'options européennes.
  - Amélioration de la méthode dans le cas d'options path-dependent : ponts browniens, pont de diffusion.
  - Calcul de couvertures et de sensibilités par méthode de Monte-Carlo.
  - Méthodes multi-niveaux avec et sans poids.

- Optimisation convexe et contrôle stochastique (24 C, N. Touzi)

  Ce cours vise à fournir les outils probabilistes de base nécessaires en optimisation convexe et en contrôle stochastique en vue d'applications à la finance.

  – Optimisation convexe.
  – Contrôle stochastique.

◦ Machine learning, réseaux de neurones et apprentissage profond (24 C +12 TP, P. Gallinari et B. Wilbertz).

Le but de ce cours est de présenter :
– les principales méthodes employées en Machine learning (régressions linéaire et non-linéaire, arbres de décision (random forest, CART, Catboost, etc)),
– les résaux de neurones (perceptron multicouches, rétro-propagation du gradient et gradient stochastique)
– les derniers développements en apprentissage profond (neurones convolutionnels, récurrents)

le tout dans un esprit résolument tourné vers les applications. Le cours est sanctioné par un examen et un mini-projet.

Un polycopié (incluant une bibliographie) et/ou les slides utilisés encours sont fourni dans chacun des cours.

5MK02. Finance de marché, dérivés et économétrie (15 ECTS) (1er semestre)

Professeur : M. Rosenbaum

courriel : mathieu.rosenbaum@sorbonne-universite.fr

http:/http://www.proba.jussieu.fr/perso.php?id=327

Objectifs de l'UE : Acquérir les concepts probabilistes et les outils modernes en optimisation pour maîtriser les méthodes quantitatives mises en œuvre sur les marchés financiers, de matières premiéres et de l'énergie.

Pré-requis : Cf. pré-requis généraux pour l'admission dans le parcours "Probabilités et Finance" du Master 2 de Mathématiques et Applications.

Thèmes abordés : Cette UE est constituée des 5 cours (ou ECUE) suivants : processus stochastiques et produits dérivés en temps discret et continu ; économétrie sur données financières ; marchés financiers et théorie financière ; mesures de risque et extrêmes ; Introduction aux modèles de saut.

Les programmes de ces cours sont détaillés ci-dessous.

◦ Processus stochastiques et produits dérivés en temps discret et continu (27C + 27 TD, E. Gobet & N. El Karoui).

Le marché des produits dérivés est un élément important du transfert des risques de marché des investisseurs vers les établissements financiers. L'objectif du cours est de décrire les produits financiers proposés, et les méthodes théoriques et pratiques mises en oeuvre dans le marché pour évaluer et couvrir ces produits financiers. Le cours comprend plusieurs parties : une première partie sur les dérivés sur actions, européens ou exotiques avec une large référence au modèle de Black Scholes, et ses nombreuses applications dans un monde sans arbitrage, dominé par la vision "implicite" du marché. Une partie sur les taux d'intérêt et leur récents développements. Une partie sur la mesure des risques de marchés, via la VaR, et ses extensions.

I. Évaluation et couverture des produits dérivés sur action.
  – Présentation des marchés à terme et des marchés d'options

– Le modèle de Black et Scholes : évaluation et couverture des options d'achat ou de vente par réplication dynamique. L'EDP d'évaluation. La formule de Black et Scholes.
– Le portefeuille de couverture. Les Grecques. La volatilité implicite.
– Robustesse de la formule de Black et Scholes.
– Options barrières dans le monde de Black et Scholes. Formules fermées, couverture. Autres options exotiques.
– L'absence d'arbitrage et la réplication statique. La formule de Carr et la distribution implicite.
– Premières réflexions sur la calibration. Distribution risque-neutre implicite.
– Volatilité stochastique : Formule de Dupire et volatilité locale. Introduction aux problèmes de calibration. Les modèles à volatilité stochastique exogène. (Marché incomplet)
– Théorie de l'arbitrage multi-dimensionnel : Absence d'arbitrage et primes de risques.
– Changement de numéraire ; numéraire de marché.

II. Problèmes de taux d'intérêt.
– Introduction au marché des taux d'intérêt et des produits dérivés de taux.
– Définition et construction de la courbe des taux :
– Les modèles classiques, Vasicek, C.I.R, Longstaff et Schwarz, modèles affines.
– Les modèles multifacteurs. Modèles de HJM : Equations de structure des taux d'intérêt issues de l'arbitrage.
– Le modèle de BGM ou modèle de marché. Approximations.
– Options de taux et instruments hybrides : évaluation et couverture.
– Swaps,Obligations à taux variable.
– Caps, floors, swaptions, boosts.
– Matrices de volatilité et Problèmes de calibration.

III. Mesures des risques.
– Présentation des normes réglementaires.
– La Value-at-Risk d'un portefeuille. Problèmes pratiques et méthodologiques.
– Le concept de mesures de risques.
– Application au pricing en marché incomplet.

◦ Méthode statistique de la Finance (30C, M. Rosenbaum).

Après avoir rappelé les outils économétriques standards, on s'intéressera dans ce cours au traitement des principales questions statistiques se posant lors de l'analyse des données financières.

Les thèmes suivants sont abordés : . – Analyse en composantes principales.
– Modèle linéaire et moindres carrés.
– Séries temporelles.
– Statistique des extrêmes.
– Mesures de dépendances entre actifs.
– Introduction aux problèmes en grande dimension.
– Quelques éléments de statistique des diffusions.

◦ Marchés financiers et théorie financière (30 C, V. Lozève, C. de Langue).

Dans une première partie du cours, les divers marchés financiers seront présentés, avec une attention particulière au marché des capitaux. Les mécanismes et utilisations des contrats futures seront étudiés dans le détail. Le cours suivra le fil des produits et techniques qui permettent une gestion des risques efficace dans cet environnement spécifique. Quelques incursions auront lieu dans le domaine des techniques quantitatives d'évaluation, mais le cours restera introductif en cette matière.

Une deuxième partie du cours se concentrera sur le marché des actions. Les éléments essentiels de la théorie financière au sens de Markowitz seront présentés et discutés, avec des implications importantes en terme de gestion de portefeuille.

◦ Mesures de risque et extrêmes (18 C, A. Alfonsi & L. Abbas-Turki).

Le but de ce cours est de présenter les outils de mesure des risques concernant la salle de marché et la gestion du "book" (portefeuille d'actifs) pour une échelle de temps courte (1 à 10 jours). Les principaux thèmes théoriques seront : la théorie des valeurs extrêmes, la représentation multidimensionnelle des risques via les copules, les mesures de risques monétaires et leurs diverses interprétations ainsi que la présentation par des intervenants de marché de leur implémentation pratique, les normes réglementaires concernant le risque de marché à court terme, la VaR et son implémentation, la gestion du risque de modèle et le calcul de réserves sur les books de produits dérivés.
Cette ECUE constitue la première partie – théorique – du cours de risques. La seconde partie, plus pratique et assurée par des professionnels, est proposée en cours d'option (Ouverture professionnelle).

– Introduction : le cadre des recommandations de Bâle, mesurer le risque avec la valeur en risque.
– Mesures de risques monétaires, convexes, cohérentes (I).
– Mesures de risques monétaires : propriétés de la VaR et de la CVaR (II).
– Sortir du modèle gaussien pour calculer la VaR. Quantiles : définitions et estimation à l'aide de la théorie des lois de valeurs extrêmes (I).
– Quantiles : estimation à l'aide de la théorie des lois de valeurs extrêmes (II).
– Modélisation des corrélations : les copules.
– Simulation, estimation des copules.

◦ Introduction aux modèles de saut (12 C, T. Duquesne)

Ce cours propose une introduction au nuages et aux processus de Poisson, simple et composés, et à leurs applications en Finance, notamment aux modèles d'actifs avec sauts poissonniens incluant ou non une composante brownienne de type Merton. DIl s'agit d'un premier cadre où apparaissent des modèles non complets dans lesquels on introduira des notions de couverture en moyenne quadratique, etc. Des calculs explicites des risques résiduels et des couvertures optimales seront menées à bien, préparant l'étude des modèles dirigés par des processus de Lévy.
Attention ! Ce cours a lieu au second semestre (janvier) pour des raisons d'emploi du temps.

Un polycopié (incluant une bibliographie) est fourni dans chacun des cours.

• Au second semestre :

Spécialisation et Professionnalisation (30 ECTS) (2è semestre)
Professeurs : Gilles Pagès et Emmanuel Gobet

courriel : gilles.pages@sorbonne-universite.fr et emmanuel.gobet@polytechnique.edu

http://www.proba.jussieu.fr/pageperso/pages/
et
http://www.cmap.polytechnique.fr/~gobet/

Objectifs de l'UE : Il s'agit d'offrir aux étudiants à la fois un parcours de spéciali sation thématique qui clôt leur parcours académique et une composante applicative professionnalisante. La spécialisation se traduit par le choix de quatre cours d'options donnant lieu à évaluation dont deux (au moins) choisis dans une thématique répertoriée ci-dessous constituant la "majeure", les deux autres étant laissés en libre choix pour constituer la "mineure". Majeure et mineure confèrent 3 ECTS. La professionnalisation se concrétise dans une première phase par la réalisation d'un projet informatique (3 ECTS) en programmation scientifique pour la finance en liaison avec le cours de Probabilités numériques. Le cœur de cette UE reste cependant l'insertion professionnelle (3 ECTS) et le stage obligatoire d'une durée minimale de 5 mois (18 ECTS) en immersion complète dans le milieu professionnel.

Pré-requis : Acquisition des connaissances du 1er semestre.

Thèmes abordés : Les parcours et les cours de spécialisation sont

Cette UE est constituée des cours (ou ECUE) suivants :

- Cycle de cours-conférences "Ce que les crises financières nous enseignent : éévolution des pratiques et de la régulation" par M. Vincent (Bank Resolution & Financial Stability Expert à Single Resolution Board (Communautéeuropéenne)). (L'évaluation est couplée avec le module d'insertion professionnelle (OIP) dans une proportion de 1/3) :

- Module "Spécialisation (Options)" (6 ECTS).

  – deux cours à valider dans module spécialisé (*majeur*),

  – deux autres cours à valider parmi les autres parcours (*mineure*),

  Attention : Certains cours peuvent figurer plusieurs fois.

  Les trois cours suivis d'une astérisque (*) sont éligibles au parcours labellisés "Big Data". Plus d'information sur labellisation possible de la filière, voir www.ljll.math.upmc.fr/FilBigData/index.php

  Méthodes numériques avancées
  - Algorithmes et gradients stochastiques : de la Finance aux données massives (*) (15h, G. Pagès, 5MK06).
  - Nouveaux outils numériques déterministes et probabilistes : du pricing d'option aux big data (*) (15h, L. Abbas-Turki, 5MK12).
  - Options américaines : théorie et méthodes numériques (15h, V. Lemaire, 5MK04).
  - Analyse probabiliste de conditions au bord pour équations aux dérivées partielles paraboliques et elliptiques (15h, D. Talay, 5MK05).
  - Algorithmes de Monte-Carlo pour chaînes de Markov et méthodes particulaires (15h, B. Jourdain, 5MK18).

  Statistique et trading haute fréquence
  - Finance haute fréquence : outils probabilistes, modélisation statistique à travers les échelles et problèmes de trading. (24 h, E. Bacry, 5MK10).
  - Trading quantitatif : utilisation d'estimateurs haute fréquence pour l'exécution et l'arbitrage (15h, Ch. Lehalle + 12h TD S. Laruelle 5MK13).
  - Algorithmes et gradients stochastique : de la Finance aux données massives (*) (15h, G. Pagès, 5MK06).

  Les TD du cours 5MK13 sont ouverts aux étudiants suivant le cours 5MK10 et, le cas échéant, seront pris en compte dans son évaluation.

  Produits dérivés (avancés)

- Non linear pricing (15h, P. Henry-Labordère, 5MK ? ?).
- Contrôle stochastique pour les marchés imparfaits (15h, I. Kharroubi, 5MK17)
- Calibration de modèles (15h, S. de Marco, 5MK11).
- Modèles de taux et produits dérivés : nouveau paradigme, risque de contrepartie (15h, S. MIgus, O. El Hajjaji & N. El Karoui, 5MK14).

Nouveaux marchés
- Valorisation et gestion du risque sur les marchés de l'énergie (15h, O. Bardou, 5MK07).
- Stratégies quantitatives : application au marché du crédit (15h, J. Turc & R. Dando, 5MK08).
- Risque de Longévité (15h, C. Hillairet, S. Loisel & N. El Karoui, 5MK016).

Ouverture professionnelle
- Allocation d'actifs et arbitrage multi-asset (15h, J.G. Attali, 5MK09).
- Trading quantitatif : utilisation d'estimateurs haute fréquence pour l'exécution d'ordres (15h, Ch. Lehalle + 12h TD S. Laruelle, 5MK13).
- Stratégies quantitatives et risque de crédit (15h, J. Turc & R. Dando, 5MK08).

Les examens de cette UE ont lieu fin mars et ne donnent pas lieu à session de rattrapage.

- Module "Anglais/Projet informatique" (3 ECTS) : un projet informatique à réaliser en $C++$ (ou en CUDA/Open CL) couplé au cours de Probbailités numériques du semestre 1 (ne peut être validé seul). Un vivier de 25 sujets, généralement des articles de recherche récents en Probabilités numériques appliquées à la Finance (écrits en Anglais), sont proposés aux étudiants.

- Insertion professionnelle (3ECTS) : Séminaire "Étudiants-Entreprise" hebdomadaire d'octobre à mars de 2h15 le vendredi de 17h15 à 19h50 au cours duquel deux entreprises viennent se présenter et présenter leurs sujets de stage. L'assistance est obligatoire pour valider les ECTS. (L'évaluation est couplée avec le cours "Crises et réxultation" dans une proportion de 2/3)

- Module "Stage" (18 ECTS).

  Un stage de 5 mois en entreprise débutant le deuxème lundi avril, après validation du sujet scientifique du stage par l'équipe pédagogique. La soutenance a lieu fin septembre en présence du Maître de stage et d'un membre de l'équipe pédagogique.

4.6 Responsable et site

Gilles Pagès est le responsable Sorbonne Université du parcours. La formation dispose d'un site internet propre (webmaster : G. Pagès) :

http://www.master-finance.proba.jussieu.fr sur lequel on peut consulter

- La liste des cours incluant résumé et bibliographie (notamment les cours d'options partiellement renouvelés chaque année),
- Le programme du séminaire hebdomadaire "Étudiants-Entreprise" de l'année en cours.
- L'historique des sujets de stage sur 6 ans,
- L'Annuaire des Anciens (accès sur abonnement, accès libre pour la promotion en cours).

Le formulaire de candidature spécifique sont téléchargeables sur le site (combiné à un lien d'accès au site de l'Université pour les pré-inscriptions). L'essentiel du site est bilingue (français-anglais).

La liste des cours est aussi consultable via la plaquette du Master 2, *Probabilités & Applications*, mise en ligne sur le site du LPSM comme pour l'ensemble des formations de Sorbonne Université placées sous la responsabilité scientifique du LPSM.

Secrétariat : Josette SAMAN josette.saman@sorbonne-universite.fr
4, place Jussieu - Tour 16
Couloir 16-26 - 1er Etage - Bureau 08
Case courrier 188
75252 PARIS CEDEX 05

Téléphone : 01.44.27.53.20.
Tél : 01.44.27.76.50.
Site : http://ww.lpsm.paris

Chapitre 5

Master 2, Parcours Mathématiques de la modélisation

Ce diplôme de master est cohabilité avec l'Ecole Polytechnique et l'ENPC. La formation de M2 "Mathématiques de la modélisation" est assurée par l'UFR 929 conjointement avec

— l'École Polytechnique,
— l'École Nationale des Ponts et Chaussées,
— l'Université Paris-Dauphine,
— Inria.

Responsable du parcours : Didier Smets.
Directeur adjoint et responsable des stages : Antoine Le Hyaric.

Site web : https://www.ljll.math.upmc.fr/MathModel/

5.1 Objectifs et descriptions

La modélisation mathématique permet de résoudre des problèmes issus de domaines variés (physique, biologie, économie, ...), par l'analyse mathématique et la simulation numérique des modèles proposés.

Parmi les connaissances et compétences attendues à l'issue du master, signalons :

— Théorie des équations aux dérivées partielles, discrétisation numérique, analyse d'erreurs.
— Optimisation continue et discrète, calcul des variations, théorie des jeux.
— Théorie du contrôle en dimension finie ou infinie, contrôle optimal, problèmes inverses.
— Outils d'analyse, de simulation et de modélisation utilisés en sciences du vivant
— Informatique scientifique, calcul scientifique, calcul parallèle, conception assistée par ordinateur.

Les étudiants devront également acquérir des connaissances dans les domaines applicatifs variés : informatique, biologie, physique, mécanique, économie...

5.2 Débouchés professionnels

Le parcours forme des chercheurs de haut niveau en mathématiques appliquées pouvant faire carrière dans l'enseignement supérieur et la recherche, participer aux programmes de haute technologie de l'industrie, ou intégrer des centres d'étude et de décision des grandes entreprises. Elle forme aussi des mathématiciens de type ingénieur maîtrisant tous les aspects du calcul et de l'informatique scientifique moderne, dont le profil intéresse les bureaux d'étude industriels ou les sociétés de service en calcul scientifique.

Si la poursuite en doctorat est un débouché naturel du parcours, celle-ci n'est pas une obligation et cette dernière offre bien d'autres possibilités.

Pour les étudiants qui souhaitent poursuivre en doctorat, l'équipe pédagogique apporte un soutien personnalisé dans la construction du projet de thèse.

De très nombreuses offres de stages, thèses, ou emplois, sont mises en ligne sur le site web du parcours, au fur et à mesure que nous les recevons.

5.3 Organisation

L' année est divisée en quatre périodes comme indiqué dans le tableau ci-dessous :

phase	**I**	**II**	**III**	**IV**
période	sept-oct	nov-déc	janvier-mars	mars-sept
intitulé	Cours de base	fondamentaux	spécialisés	stage ou mémoire
durée	6 semaines	8 semaines	10 semaines	4 mois
ECTS	12	18	12	18

Il y a donc trois périodes de cours :
— cours de base de septembre à octobre (6 semaines)
— cours fondamentaux (8 semaines)
— cours spécialisés (10 semaines)

Le premier semestre S3 du M2 est composé des cours de base (phase I) et des cours fondamentaux (phase II), l'ensemble comptant pour 30 ECTS. Le S4 est constitué des cours specialisés (phases III) comptant pour 6 ECTS chacun, complétés par un stage de recherche en entreprise ou un mémoire (phase IV), et compte donc également pour 30 ECTS.

Il faut donc impérativement valider **au minimum 3 cours fondamentaux et 2 spécialisés** (les semestres étant non compensables).

Dans le but d'orienter et d'accompagner les étudiants vers les sujets et les carrières de leur choix, nous proposons de structurer les études autour de thèmes, appelés **Majeures**. Elle s'articulent aussi bien autour des domaines applicatifs que des méthodes mobilisées. Voici la liste des cinq Majeures :

— **ANEDP** : Analyse numérique et équations aux dérivées partielles. Responsable : D. Smets.
— **COCV** : Contrôle, Optimisation, Calcul des Variations. Responsable : E. Trélat.
— **EMF** : Energies et Matériaux pour les Futurs. Responsable : B. Després et E. Cancès.
— **HPC** : Calcul scientifique hautes performances. Responsable : L. Grigori.
— **MBIO** : Mathématiques appliquées aux sciences biologiques et médicales. Responsable : L. Almeida et M. Thieullen.

Chaque Majeure propose un ensemble cohérent de cours fondamentaux et spécialisés, ouvrant ainsi à de nombreux débouchés naturels. Le choix des cours à l'intérieur de chaque Majeure est libre et il est possible de choisir des cours en dehors des listes proposées : dans les deux cas, cela est soumis à l'avis du responsable de la Majeure, qui fait office de directeur d'études.

C'est **à l'issue des cours de base** que les étudiants devront choisir **obligatoirement** l'une des cinq Majeures proposées.

Il est possible pour un étudiant de combiner des cours de plusieurs Majeures : chaque étudiant peut former son parcours comme il le veut, à l'intérieur du parcours. Cela doit se faire en concertation avec le responsable de parcours, dont le rôle est de vérifier la cohérence du choix, en fonction du projet professionnel de l'étudiant.

5.4 Publics visés, prérequis

Les personnes susceptibles d'intégrer le parcours sont les étudiants des universités ayant effectué une première année de Master, les élèves ingénieurs des grandes écoles, et étudiants d'universités étrangères ayant une formation équivalente. Dans tous les cas, une solide formation mathématique est requise, en particulier dans les domaines de l'analyse ou de l'analyse numérique. L'admission se fait sur dossier compte tenu du niveau et du cursus antérieur.

5.5 Description des Majeures

Analyse numérique et équations aux dérivées partielles (ANEDP)
Responsable : D. Smets.

Cette Majeure a pour thème central l'étude théorique et numérique des problèmes modélisés par des équations aux dérivées partielles linéaires et non linéaires provenant de domaines variés tels que la physique, les sciences de l'ingénieur, la chimie, la biologie, l'économie, ainsi que les méthodes de calcul scientifique qui ont pour but la simulation numérique de ces problèmes. Le calcul scientifique est devenu la clé maîtresse du progrès technologique, il nécessite une compréhension approfondie de la modélisation mathématique, de l'analyse numérique, et de l'informatique. La Majeure, par sa large gamme de cours, permet d'explorer et de maîtriser les divers aspects de ces disciplines. Les différents domaines mathématiques concernés sont variés et en évolution rapide. Leur développement se traduit par un besoin accru en chercheurs mathématiciens dont la formation est un des objectifs de la Majeure. Les cours proposés couvrent les domaines suivants :

— La modélisation mathématique de nombreux domaines d'applications : mécanique des solides, mécanique des fluides, phénomènes de propagation (acoustique, sismique, électromagnétisme), traitement du signal et de l'image, finance, chimie et combustion.
— L'analyse mathématique des équations aux dérivées partielles linéaires et non linéaires (existence, unicité et régularité des solutions).
— Les méthodes d'approximation : éléments finis, différences finies, méthodes spectrales, méthodes particulaires, ondelettes.
— La mise en oeuvre sur ordinateur de ces méthodes et la conception de logiciels de calcul scientifique.

Contrôle, Optimisation, Calcul des Variations (COCV)
Responsable : E. Trélat

Cette Majeure propose une formation de haut niveau dans les domaines du Contrôle, Optimisation et Calcul des Variations. La théorie du contrôle analyse les propriétés des systèmes contrôlés, c'est-à-dire des systèmes dynamiques sur lesquels on peut agir au moyen d'un contrôle (ou commande). Le but est alors d'amener le système d'un état initial donné à un certain état final, en respectant éventuellement certains critères. Les systèmes abordés sont multiples : systèmes différentiels, discrets, avec bruit, avec retard, équations aux dérivées partielles... Leurs origines sont très diverses : mécanique, électricité, électronique, biologie, chimie, économie, théorie des jeux, informatique... Les objectifs peuvent être de stabiliser le système pour le rendre insensible à certaines perturbations, ou encore de déterminer des solutions optimales pour un certain critère d'optimisation (contrôle optimal). La théorie du contrôle optimal généralise la théorie mathématique du calcul des variations.

Les débouchés envisagés sont aussi bien académiques qu'industriels. La formation mène à des thèses académiques ou à des thèses dans le milieu industriel (thèse CIFRE par exemple, en partenariat universitaire), ou à des emplois d'ingénieurs dans des domaines spécialisés comme l'aéronautique ou l'aérospatiale. Dans les industries modernes où la notion de rendement est prépondérante, l'objectif est de concevoir, de réaliser et d'optimiser, tout au moins d'améliorer les méthodes existantes. De ce fait beaucoup d'autres débouchés industriels existent : services R&D de Thalès, IFPen, EDF, ArianeGroup, Dassault, RTE, etc. Cette formation intéresse aussi beaucoup les organismes comme le CEA ou Inria. Enfin, de multiples partenariats existent avec un très grand nombre d'universités en France et à l'étranger, garantissant de nombreuses possibilités de thèses académiques.

Energies et Matériaux pour les Futurs (EMF)
Responsable : B. Després et E. Cancès

La production d'énergie, ainsi que l'utilisation de sources d'énergies de toutes sortes, tant classiques qu'alternatives, nécessitera dans un avenir proche un renforcement de la recherche fondamentale et appliquée. Par classique on peut entendre les énergies hydraulique, nucléaire de fission, pétrolière, etc. Par alternative on entend l'énergie nucléaire de fusion, éolienne, photovoltaïque, etc. Dans tous ces domaines il faut prendre en compte des phénomènes complexes dont la modélisation sous forme de systèmes d'équations aux dérivées partielles (EDP) et leurs résolutions numériques sont déterminantes pour les avancées de la recherche scientifique.

De même, le développement de nouveaux composés chimiques et de nouveaux matériaux (matériaux composites, micro et nanostructurés, graphène et nanotubes de carbones, biomatériaux, méta-matériaux, matériaux intelligents, ...) donne lieu à des avancées spectaculaires dans tous les domaines de l'ingénierie. Ces recherches s'appuient également de plus en plus sur la simulation numérique de modèles faisant intervenir des EDP, ainsi que sur des modèles stochastiques.

La majeure EMF (Energies et Matériaux pour les Futurs) entend proposer un ensemble cohérent de cours qui aborde quelques-uns des aspects fondamentaux de ces problématiques.

Les cours fondamentaux portent sur les approximations variationnelles et la simulation numérique des EDP elliptiques (NM407), l'étude théorique et numérique des systèmes hyperboliques de lois de conservation utilisés notamment en mécanique des fluides (NM408), le couplage de modèles à différentes échelles (NM414), et la simulation numérique des modèles stochastiques (NM475).

Les cours spécialisés de la filière "énergie" portent sur la mécanique des fluides incompressibles (NM491), les écoulements complexes (cela va par exemple des modèles d'écoulements compressibles ou diphasiques pour les coeurs de centrales nucléaires aux modèles de barrages, NM496), et les modèles cinétiques (ou particulaires), dont les aspects théoriques sont traités dans le cours NM468.

Les cours spécialisés de la filière "matériaux" portent sur la théorie spectrale et les méthodes variationnelles utilisées notamment dans les modèles quantiques de la matière (NM421), les modèles de biomatériaux solides et fluides (NM562), et les méthodes mathématiques et numériques utilisées dans les simulations à l'échelle moléculaire (NMX01).

Enfin des méthodes numériques spécifiques et de haute précision dans des régimes variés sont présentés dans le cours NM466.

Les cours proposés permettent d'acquérir tout à la fois une bonne ma ?trise de l'analyse théorique des EDP concernées et de l'analyse numérique des méthodes d'approximation les plus récentes utilisées pour les simuler, et une connaissance d'un ou plusieurs domaines d'application, avec un accent mis sur la modélisation. Cette majeure est proposée en partenariat avec l'ENPC.

Calcul scientifique haute performance (HPC)

Responsable : L. Grigori et F. Hecht

Le calcul scientifique Haute Performance est un enjeu stratégique pour la recherche scientifique et l'innovation industrielle. Les architectures de calcul modernes, en évolution continue, allient en effet des composantes dont la rapidité ne cesse d'augmenter et dont le nombre de coeurs dépasse le million. Cette puissance de calcul pétaflopique (et exaflopique à l'horizon 2020) donne des possibilités nouvelles, mais nécessite des algorithmes nouveaux et une compréhension profonde à la fois des architectures des ordinateurs parallèles et de la modélisation mathématique.

Ces aspects de la recherche sont donc en pleine évolution pour être adaptés aux architectures actuelles et celles à venir et les compétences sur ce créneau sont indispensables mais bien trop rares tant dans la recherche que dans la formation des unités académiques. C'est aussi le cas dans les laboratoires de R & D des grands groupes industriels capables d'avoir les équipes nécessaires sur ce créneau et qui basent leur compétitivité sur un meilleur contrôle, une meilleure optimisation et une plus profonde connaissance de leurs produits par la modélisation mathématiue. Tous les industriels hitech sont concernés ainsi que les banques et les organismes concernés par les défis sociétaux (climat, pollution, planification, etc).

Les cours proposés dans cette Majeure couvrent les thèmes suivants :

— Méthodes avancées pour la résolution numérique des équations aux dérivées partielles issues de la physique, la chimie, la théorie des graphes.
— Introduction au calcul parallèle avec un survol des machines parallèles et modèles de programmation et une mise en oeuvre parallèle.
— Conception des algorithmes parallèles efficaces à travers la décomposition de domaines, le parallèlisme en temps, la minimisation des communications.
— Aspects calcul parallèle pour l'analyse des grands volumes de données, allant du calcul matriciel aux tenseurs en grande dimension.

Mathématiques appliquées aux sciences biologiques et médicales (MBIO)

Responsables : L. Almeida et M. Thieullen

Cette Majeure est également accessible par le parcours "Probabilités et modèles aléatoires" de l'UPMC. En particulier des aménagements des cours proposés sont possibles pour les étudiants qui voudraient combiner les cours des deux parcours, après accord des responsables (voir aussi le site web).

La Majeure MBIO propose une formation centrée sur la simulation et la modélisation pour les sciences du vivant, elle s'appuie sur les outils d'analyse déterministe et stochastique. L'ambition de La Majeure n'est pas de couvrir l'ensemble des thèmes du "vivant", elle se propose de donner une vision générale des outils "continus" et des applications, couvrant des questions de biologie fondamentale et des applications biomédicales.

Ce parcours vise à la fois la formation de chercheurs dans le domaine des "Mathématiques pour la biologie" et sur des débouchés directs dans les biotechnologies.

Les étudiants qui envisagent de continuer en thèse y trouveront de nombreux sujets et supports financiers. Ils sont proposés au sein de laboratoires de mathématiques, de calcul scientifique comme de biologie ou médecine.

Les étudiants désirant terminer leur études sur un M2 y trouveront des questions scientifiques passionnantes où les mathématiques sont un outil fondamental pour traiter de la complexité des phénomènes observés. De nombreux laboratoires, instituts et entreprises utilisent maintenant la modélisation et proposent des stages.

UE proposées [1] pour la Majeure ANEDP

UE fondamentales

1. Les enseignements qui ont lieu à l'Ecole Polytechnique sont signalés par *. Ceux qui sont assurés par des enseignants de l'Ecole Nationale des Ponts et Chaussées par **. Enfin, ceux qui proviennent d'autres parcours ou disciplines par ***.

— Méthodes numériques probabilistes (5MM35)**
— Equations elliptiques (5MM47)
— Introduction aux EDP d'évolution (5MM12)
— Analyse numérique matricielle avancée et calcul parallèle (5MM46)
— Des EDP à leur résolution par la méthode des éléments finis (5MM30)
— Approximation variationnelles des EDP (5MM36)
— Problèmes multi-échelles. Aspects théoriques et numériques (5MM34)**
— Analyse théorique et numérique des systèmes hyperboliques de lois de conservation (5MM16)*

UE spécialisées

— Introduction aux EDP stochastiques (5MM63)*
— Méthodes mathématiques pour les équations d'Einstein-Euler (5MM61)
— Aspects théoriques et numériques pour les fluides incompressibles (5MM57)
— Equations de réaction-diffusion et dynamique de populations biologiques (5MM05)***
— Modèles hyperboliques d'écoulements complexes dans la domaine de l'énergie (5MM27)
— Théorie spectrale et méthodes variationnelles (5MM10)**
— Méthodes modernes et algorithmes pour le calcul parallèle (5MM38)
— Méthodes de Galerkin discontinues et applications (5MM21)**
— Modélisation directe et inverse en hémodynamique (5MM26)
— Contrôle des EDP, contrôle quantique (5MM45)
— Méthodes mathématiques et analyse numérique pour la simulation moléculaire (5MM50)
— Kinetic models (5MM28)*
— Théorie quantitative de l'homogéneisation stochastique des EDP elliptiques linéaires (5MM07)
— Calcul haute performance, algorithmes parallèles d'algèbres linéaires à grande échelle, stabilité numérique (5MM29)

UE proposées pour la Majeure COCV

UE fondamentales

— Contrôle en dimension finie et infinie (5MM53)
— Méthodes de problèmes inverses et applications en dynamique des populations (5MM19)
— Introduction aux EDP d'évolution (5MM12)
— Equations elliptiques (5MM47)
— Optimisation continue (5MM14)
— Optimisation discrète (5MM02)

UE spécialisées

— Contrôle des EDP, contrôle quantique (5MM45)
— Modèles de croissance de tissus biologiques (5MM39)
— Algèbre tropicale en optimisation et en jeux (5MM58)*

UE proposées pour la Majeure EMF

UE fondamentales

- Approximation variationnelle des EDP (5MM36)
- Problèmes multi-échelles : aspects théoriques et numériques (5MM34)**
- Méthodes numériques probabilistes (5MM35)
- Theoretical and numerical analysis of hyperbolic systems of conservation laws (5MM16)*

UE spécialisées

- Introduction aux EDP stochastiques (5MM63)*
- Théorie spectrale et méthodes variationnelles (5MM10)
- Méthodes de Galerkine discontinues et applications (5MM21)
- Kinetic models (5MM28)*
- Aspects théoriques et numériques pour les fluides incompressibles (5MM57)
- Modèles hyperboliques d'écoulements complexes dans le domaine de l'énergie (5MM27)
- Méthodes mathématiques et analyse numérique pour la simulation moléculaire (5MM50)

UE proposées pour la Majeure HPC

UE fondamentales

- Analyse numérique matricielle avancée et calcul parallèle (5MM46)
- Des EDP à leur résolution par la méthode des éléments finis (5MM30)

UE spécialisées

- Méthodes modernes et algorithmes pour le calcul parallèle (5MM38)
- Calcul haute performance, algorithmes parallèles d'algèbres linéaires à grande échelle, stabilité numérique (5MM29).

UE proposées pour la Majeure MBIO

UE fondamentales

- Mathematical methods in biology (5MM03)
- Equations elliptiques (5MM47)
- Méthodes numériques probabilistes (5MM35)**
- Statistique et apprentissage (5MA06)
- Méthodes de problèmes inverses et applications en dynamique des populations (5MM19)
- Contrôle en dimension finie et infinie (5MM53)
- Stochastic analysis, asymptotic of Partial Differential Equation, application to Big Data in molecular and cellular dynamics and neuroscience (5MM31)
- Some mathematical models for neurosciences (5MM22)

UE spécialisées

- Arbres aléatoires pour la biologie évolutive (5MA11)

— Equations de réaction-diffusion et dynamiques de populations biologiques (5MM05)***
— Propagation d'évidence dans les réseaux bayésiens (5MA12)
— Modeling of growth and regeneration processes in multi-cellular tissues involving agent-based models (5MM20)
— Modèles probabilistes en neurosciences (5MM51)***
— Modélisation directe et inverse en hémodynamique (5MM26)
— Modèles stochastiques de la biologie moléculaire (5MM52)***
— Modèles de croissance de tissus biologiques (5MM39).

5.6 Description des UE

5MM01. Cours de base (12 ECTS) (1er semestre)

Objectifs de l'UE : Fournir un socle homogène de connaissance. L'accent est mis sur les outils mathématiques communs et parfois indispensables àtoutes les Majeures, tout en sensibilisant les étudiants aux enjeux de la modélisation et du calcul scientifique.

Thèmes abordés : Cette UE est constituée de cinq cours :
— Analyse fonctionnelle
— Optimisation
— Introduction aux équations aux dérivées partielles
— Approximation de fonctions
— Méthodes numériques pour les EDP instationnaires : différences finies et éléments finis

Ces cours se déroulent sur une période de six semaines, chacun des modules étant enseigné sur un jour (cours de 3heures+ TD de 2 ou 3h). L' étudiant devra choisir un minimum de 4 modules parmi les 5 pour valider cette UE. Le détail des modules est le suivant :

Analyse fonctionnelle (J.-Y. Chemin)
Rappels d'intégration
Etude des espaces L^p
Distributions
Injections de Sobolev, injections compactes

Bibliographie :
E. Lieb, M. Loss, Analysis, 2nd edition (2001), AMS.
H. Brezis, Analyse fonctionnelle, 1993.

Ce cours sera naturellement lié au cours de base d'optimisation.

Optimisation (J. Lamboley)
The goal of this short course (18 hours) is to recall the basics of optimization theory and algorithms.

- Banach spaces, duality, weak convergence
- Convex analysis, existence of minimizers
- Optimality conditions
- Algorithms
- Examples from calculus of variations

Bibliography :
F. Bonnans, Optimisation continue, Mathématiques appliquées pour le Master / SMAI, Dunod, Paris (2006).
J. Nocedal, S. Wright, Numerical optimization. Second edition. Springer Series in Operations Research and Financial Engineering. Springer, New York (2006).

Ce cours sera naturellement lié au cours de base d'analyse fonctionnelle.

Introduction aux équations aux dérivées partielles (F. Bethuel)

Approximation de fonctions (A. Moussa)

Méthodes numériques pour les EDP instationnaires : différences finies et éléments finis (B. Després)

Processus de Markov, application à la dynamique des populations (autre spécialité) (I. Kourkova)
(réservé à la Majeure MBIO)

Calcul stochastique (autre spécialité) (Z. Shi)
(réservé à la Majeure MBIO)

5MM12 Introduction aux EDP d'évolution (6 ECTS) (1er semestre)

Professeur : Anne-Laure Dalibard

Objectifs de l'UE : Cette UE vise à présenter les techniques de base de l'analyse des équations aux dérivées partielles d'évolution, et ce à travers l'analyse de quelques équations fondamentales de la physique (équations des ondes et de la mécanique des fluides).

Prérequis : Analyse fonctionnelle.

Thèmes abordés :

— Rappels sur les équations différentielles linéaires et non linéaires.
— Rappels d'analyse fonctionnelle : Compacité dans les espaces de Banach, convergence faible dans les espaces de Hilbert, opérateurs auto-adjoints compacts, transformée de Fourier et espaces de Sobolev.
— Systèmes linéaires, semi-linéaires symétriques : exemples, résolution du problème de Cauchy, vitesse finie de propagation.
— Systèmes quasilinéaires : théorie de Littlewood-Paley, paradifférentialisation, résolution du problème de Cauchy.

— Résolution d'équations linéaires et non linéaires par minimisation de fonctionnelles : exemples avec le problème de Dirichlet et le problème de Stokes.
— Résolution des équations de Navier-Stokes incompressibles dans un domaine borné : solutions faibles (théorème de Leray), solutions fortes (théorème de Fujita-Kato), stabilité de type fort-faible. Généralisation à d'autres modèles de la mécanique des fluides (équations compressibles, inhomogènes...)

5MM46. Analyse numérique matricielle avancée et calcul parallèle (6 ECTS) (1er semestre)

Professeur : François-Xavier Roux
mel : roux@ann.jussieu.fr
url : http://www.ann.jussieu.fr/MathModel/polycopies/fxroux1.pdf

Objectifs de l'UE :
— comprendre l'architecture des calculateurs scientifiques parallèles et connaître les principes de conception et de programmation d'algorithmes efficaces sur ces machines
— connaître les méthodes directes et itératives de résolution des grands systèmes linéaires et les méthodologies pour leur parallélisation

Prérequis : algèbre linéaire, formes quadratiques, propriétés des matrices, notions d'analyse numérique

Thèmes abordés :
— calculateurs scientifiques parallèles, architecture mémoire, modèles de programmations
— méthodes de résolution directe des systèmes linéaires, parallélisation par blocs
— factorisation des matrices creuses, arbre d'élimination, renumérotation, parallélisation multi-frontale
— méthodes itératives de krylov pour des matrices symétriques, Lanczos, gradient conjugué, MINRES
— méthodes de krylov pour des matrices non symétriques avec orthogonalisation complète, GMRES, ORTHODIR
— méthodes de krylov pour des matrices non symétriques avec bi-orthogonalisation, biCG, QMR, biCG-stab
— préconditionnement, méthode du complément de Schur
— parallélisation des méthodes de Krylov pour des matrices creuse

5MM30. Des EDP a leur résolution par la méthode des éléments finis (6 ECTS) (3° semestre)

Professeur :Frédédric Hecht
mel : `Frederic.Hecht@umpc.fr`
url : http://www.ann.jussieu.fr/~hecht

Objectifs de l'UE : Comment résoudre numériquement avec la méthode des éléments finis en dimension 2 et 3 des équations aux dérivées partielles provenant de la mécanique, de la physique, ...

Prérequis : Avoir des bases dans un langage de programmation (scilab, maple, java, fortran, c, c++ ,...). Avoir suivi un cours d'analyse numérique de base sur les problèmes d'approximation et de résolution de système linéaire.

Thèmes abordés : Comment construire le système linéaire a résoudre è partir de la formulation mathématique du problème, Puis utiliser les notions d'informatique comme le polymorphisme, la programmation objet, la généricité pour écrire un programme qui soit facilement réutilisable et modifiable. Ces techniques sont basées sur les grandes classes d'éléments finis : Lagrange, mixte, ..., et seront utilisées pour la résolution des équations de type Poisson, Stokes, Navier-Stokes, ... Puis nous ferons une introduction è la visualisation graphique 3d avec OpenGL/GLUT , au calcul parallèle (avec MPI).

5MM36 Approximations variationnelles des EDP (6 ECTS) (1er semestre)

Professeur : Yvon Maday

mel : maday@ann.jussieu.fr

url : http://www.ann.jussieu.fr/~maday

Objectifs de l'UE : analyse numérique des techniques d'approximations des EDP sous formes variationnelles, en particulier méthodes d'éléments finis.

Prérequis : cours de niveau M1 en analyse fonctionnelle et analyse numérique.

Thèmes abordés : Un grand nombre d'équations aux dérivées partielles, linéaires ou non linéaires, peuvent se mettre sous forme variationnelle. Du point vue de l'analyse fonctionnelle, les formulations variationnelles offrent un cadre utile pour prouver l'existence et l'unicité de la solution de ces équations. Du point de vue de l'approximation, les formulations variationnelles se prêtent bien aux méthodes de type Galerkin qui sont un moyen efficace et performant pour approcher ces solutions. Les thèmes abordés dans ce cours sont :

1. l'apprentissage de la mise sous forme variationnelle des équations elliptiques, en particulier l'équation de Laplace et le système de Stokes.

2. l'application de méthodes de type Galerkin - principalement méthodes d'éléments finis - a la discrétisation de ces équations. On intéressera non seulement a la construction des méthodes et a leurs propriétés de convergence a priori, mais aussi aux algorithmes de raffinement adaptatif et d'estimation a-posteriori.

5MM16. Analyse théorique et numérique des systèmes hyperboliques de lois de conservation (6 ECTS) (1^0 semestre)

Professeur : Grégoire Allaire (ce cours aura lieu a l'Ecole Polytechnique)

Objectifs de l'UE : This course is devoted to hyperbolic systems of conservation laws, the most famous example of which is gaz dynamic (studied during the course). Both theoretical and numerical aspects are emphasized during each class of three hours. There are therefore a double table of contents which are followed in parallel.

Theoretical part

- Mathematical introduction : conservation laws and first order partial differential equations, motivation and physical examples, hyperbolicity of systems, finite time blow-up of smooth solutions, notion of weak solutions, Rankine-Hugoniot jump conditions, shock and rarefaction waves, entropy conditions.
- Theoretical analysis of scalar equations : a brief account of existence and uniqueness, Riemann problem.

- Theoretical analysis of system of equations : entropy, symmetrizability, constant coefficient linear systems, definition of wave types, truly non linear fields and linearly degenerate fields, Lax criterion, Riemann problem.
- Gaz dynamic : entropy and thermodynamic, isentropic model, lagrangian formulation, a brief account of how to solve the Riemann problem.

Numerical part

- Numerical introduction : Finite differences, stability, consistency and accuracy of numerical schemes, conservative schemes, Lax-Wendroff theorem.
- Numerical schemes for scalar equations : 1-D Godunov method, monotone and entropic schemes, second order TVD schemes, Van Leer MUSCL method.
- Numerical schemes for systems of equations : centred schemes, flux spliting schemes, Godunov and Godunov-type schemes (with exact or approximated solver of the Riemann problem), Roe scheme, second order schemes and the MUSCL method of Van Leer.

Bibliography

- E. Godlewski, P.A. Raviart, Hyperbolic systems of conservation laws , Collection Mathématiques et Applications de la SMAI, Ellipses, Paris (1991).
- E. Godlewski, P.A. Raviart, Numerical approximation of hyperbolic systems of conservation laws , Springer, New York (1996).
- E. Toro, Riemann solvers and numerical methods for fluid dynamics , Springer, Berlin (1999).
- R. LeVeque, Finite volume methods for hyperbolic problems , Cambridge University Press (2002).
- B. Després, F. Dubois, Systèmes hyperboliques de lois de conservation. Application à la dynamique des gaz , Editions de l'Ecole Polytechnique (2005).
- C. Dafermos, Hyperbolic Conservation Laws in Continuum Physics , Springer, Berlin (2005).

5MM47. Equations elliptiques linéaires et non linéaires (6 ECTS) (1^{er} semestre)

Professeur : Didier Smets
mel : didier.smets@upmc.fr
url :

Objectifs de l'UE : Le but de ce ce cours est d'introduire quelques techniques parmi les plus utilisés pour construire et étudier des solutions a des équations aux dérivés partielles linéaires et non linéaires.

Prérequis : analyse fonctionnelle de niveau M1.

Thèmes abordés : A) Equations linéaires :

- Propriétés régularisantes des opérateurs elliptiques du second ordre, inégalités de Cacciopoli, méthode de Stampacchia, méthode de Schauder.
- Le principe du maximum sous ses diverses formes.
- Théorème de Riesz Fredholm, problèmes spectraux compacts.

B) Equations non linéaires :

-méthodes d'inversion locales, continuation, bifurcation.

-méthode variationnelles : solutions minimisantes, lemme de déformation, lemme du col.

5MM14. Optimisation continue (6 ECTS) (1er semestre)

Professeur : A. Chambolle

Objectifs de l'UE : Fournir les fondements de l'optimisation continue moderne : concepts théoriques, algorithmes et applications.

Prérequis : Analyse fonctionnelle élémentaire

Thèmes abordés : Analyse convexe (ensembles convexes, cônes convexes, fonctions convexes, conjugaison, sous-différentiabilité), problèmes variationnels (existence, unicité et caractérisation des solutions, conditions de KKT, condition du second ordre), dualité de Fenchel-Rockafellar, dualité lagrangienne, problèmes min-max, perturbations, opérateurs monotone, itérations fejériennes, algorithmes de points fixes et de zéro d'opérateurs monotones, applications aux inéquations variationnelles et a la décomposition de problèmes de minimisation sous contraintes, optimisation différentiable sous contraintes générales, conditions du premier et second ordre en optimisation non convexe différentiable, conditions d'optimalité en optimisation stochastique, conditions d'optimalité en commande optimale.

5MM02. Optimisation discrète (6 ECTS) (1er semestre)

Professeur : Michel Pocchiola
courriel : pocchiola@math.jussieu.fr
url : http://www.math.jussieu.fr/~pocchiola

Objectifs de l'UE : Introduction à l'optimisation discrète au travers des matroides.

Prérequis : Notions de base en algèbre linéaire.

Thèmes abordés : Axiomatiques des matroides, dualité, bases optimales et algorithme glouton, intersection de matroides.
Polyèdres, optimisation linéaire, optimisation linéaire en nombres entiers, complexité.

Support de cours :

- Alexander Schrijver. Combinatorial Optimization (Polyhedra and Efficiency). Springer 2003
- Notes de cours et articles de recherche.

5MM34. Problèmes multi-échelles : aspects théoriques et numériques (6 ECTS) (1er semestre)

Professeur : Frédéric Legoll
mel : legoll@lami.enpc.fr
url : http://cermics.enpc.fr/~legoll/home.html

Objectifs de l'UE : L'objectif de ce cours est d'étudier différents problèmes, déterministes ou stochastiques, et qui ont pour point commun de présenter un caractère multi-échelle, en temps ou en espace. On s'intéressera notamment aux méthodes numériques adaptées a la présence d'échelles variées.

Prérequis :

Thèmes abordés :

On commencera le cours en se familiarisant avec les techniques classiques d'homogénéisation : convergence a deux échelles, questions de couche limite, homogénéisation stochastique, ...

Dans la suite du cours, on partira de plusieurs modèles physiques pour introduire des problématiques multi-échelles variées. Les outils permettant l'analyse mathématique et l'analyse numérique de ces problèmes seront ensuite introduits. Les applications suivantes seront abordées :

– Modèles micro-macro pour les solides : Calcul des variations, techniques pour les microstructures, passage a la limite micro/macro, éléments finis.

– Simulation moléculaire multiéchelle : Dynamique moléculaire rapide.

– Modèles micro-macro pour les fluides : Méthodes probabilistes et déterministes, couplages éléments finis et EDS.

– Équations différentielles a plusieurs échelles de temps : Réduction de systèmes, contraintes, ...

5MM05 Equations de réaction-diffusion et dynamique des populations biologiques (6 ECTS) (2ème semestre)

Professeur : Henri Berestycki

mél : hb@ehess.fr

Thèmes abordés : Des phénomènes observés dans des contextes très variés sont représentés par des équations de type réaction-diffusion : dynamique des populations, écologie, épidémiologie, invasions biologiques, comportements collectifs, et aussi : propagation de flammes, transistions de phases, ondes chimiques, etc... Ce cours développera des méthodes mathématiques pour analyser ce type d'équations. Elles seront ensuite mises en oeuvre pour établir une série de résultats importants sur ces problèmes. Une première partie sera consacrée aux propriétés fondamentales des équations elliptiques et paraboliques linéraires et non linéaires. On étudiera ensuite les états stationnaires de ces équations, les propriétés dynamiques et l'existence de solutions de type fronts progressifs. On s'attachera en particulier è en déterminer les vitesses et les formes ainsi que les propriétés qualitatives. La prise en compte de l'hétérogénéité de l'environnement conduit è des généralisations de la notion de fronts progressifs qui seront présentées. On décrira quelques modèles de dynamique des populations pour la biologie et différentes applications. Dans le cadre de ces modèles, on analysera les effets des environnements hétérogènes sur la survie des espèces. On examinera la forme des invasions biologiques en fonction de l'environnement. On développera aussi des modèles permettant de décrire les effets de changements climatiques sur la survie de certaines espèces biologiques.

5MM10. Théorie spectrale et méthodes variationnelles (6 ECTS) (2ème semestre)

Professeurs : Eric Cancès et Mathieu Lewin

mél : cances@cermics.enpc.fr, Mathieu.Lewin@math.cnrs.fr

Thèmes abordés : Dans ce cours nous étudierons certains modèles utilisés en physique quantique pour décrire la matière a l'échelle microscopique (atomes, molécules, gaz uniforme d'électrons, cristaux). Une première partie du cours sera consacrée à la théorie spectrale des opérateurs auto-adjoints sur un espace de Hilbert, et à son application aux modèles linéaires (équation de Schrödinger). Dans une seconde partie, nous appliquerons des techniques d'analyse non linéaire à létude d'autres modèles utilisés en calcul de structure électronique et dans la théorie de Bose-Einstein (théorie de la fonctionnelle de la densité, modèle de Hartree- Fock, modèle de Gross-Pitaevskii).

5MM33. Jeux répétés à somme nulle : étude asymptotique et uniforme (6 ECTS) (2ème semestre)

Professeur : Rida Laraki
mél : rida.laraki@gmail.com
url : https://sites.google.com/site/ridalaraki/

Objectifs de l'UE : Le but de ce cours est d'étudier plusieurs dynamiques générées par des interactions stratégiques dans des jeux. Les sujets abordés seront les dynamiques d'adaptation dans les jeux d'évolution, les procédures robustes pour les algorithmes en temps réel et l'approximation stochastique.

Prérequis : Bases de théorie des jeux

Thèmes abordés : Le cours comporte deux parties :
A) 1. Fictitious play : Temps discret, temps continu et dynamique de meilleure reponse.
2. Dynamique du réplicateur : n populations, une population, Evolutionary Stable Strategies.
3. Autres dynamiques globales : champs de Nash, unicité de l'indice.
4. Approachability : Théorème de Blackwell, approche potentielle.
5. Consistency : Procédures de regret, smooth fictitious play.
6. Applications : consistency et correlation, calibrating.

B) The second part develops a unified framework to prove the existence, and a variational characterization, of the asymptotic value in zero-sum repeated games.
1) Shapley's recursive formula in stochastic games. Extension to games with random duration and to discretization of a continuous time game.
2) Overview of standard results : Bewley and Kohlberg's algebraic approach for stochastic games, Aumann and Maschler's martingale approach for repeated games with incomplete information on one side, Mertens and Zamir's system of functional equations for repeated games with incomplete information on both sides.
3) The operator approach and applications to repeated games with incomplete information, absorbing games, and recursive games.
4) Variational approach for discounted games and applications to repeated games with incomplete information, splitting games and absorbing games.
5) Variational approach for repeated games : discretization of a continuous time game and viscosity solution tools.

5MM59. Combinatoire topologique et jeux (6 ECTS) (2^0 semestre)

Professeur : F. Meunier
mel : frederic.meunier@enpc.fr
url :

Prérequis : Théorie des graphes, Complexité, Polytopes

Thèmes abordés :
Complexes simpliciaux ; Quelques généralisations combinatoires de théorèmes d'existence en topologie (Sperner, Tucker, Ky Fan, Scarf) ; Noyaux dans les graphes parfaits ; Théorème du partage du collier ; Les classes de complexité PPA, PPAD et TFNP ; Coloration des graphes et hypergraphes de Kneser.

5MM38. Méthodes modernes et algorithmes pour le calcul parallèle (6 ECTS) (2^{eme} semestre)

Professeur : F. Nataf
mel : nataf@ann.jussieu.fr
url : http://www.ann.jussieu.fr/~nataf/

Objectifs de l'UE : Il s'agit de donner aux étudiants les outils permettant de comprendre, d'analyser et mettre en oeuvre en Freefem++, les méthodes de décomposition de domaine pour les équations scalaires et les systèmes d'équation aux dérivées partielles.

Prérequis :

Thèmes abordés : Les points suivants seront traités :
— Analyse d'ue méthode de Schwarz avec recouvrement pour un opérateur elliptique
— Cadre abstrait des méthodes additives
— Méthode de Schwarz avec recouvrement
— Nécessité et construction d'un espace grossier
— Conditions d'interfaces optimisées.
— Résultats de convergence par des méthodes énergétiques
— Conditions aux limites transparentes
— applications à des problèmes non-symétriques

5MM31. Stochastic analysis, asymptotic of Partial Differential Equation, application to Big Data in molecular and cellular dynamics and neuroscience (6 ECTS) (1er semestre) (cours à l'ENS)

Professeur : D. Holcman (ENS)
mel : holcman@biologie.ens.fr
url : http://www.biologie.ens.fr/bcsmcbs/spip.php?article90

Objectifs de l'UE : A large amount of data are now generated in molecular and cellular biology using recent techniques such as superresolution microscopy for trajectories of single molecular particles, chromosomal capture, leading to matrix of millions by millions about the mean distances between any two locus on the chromatin. Other examples are multi-electrode array to record signal from 10 000 electrodes. How to make sense of such signals and extract information ?

The goal of the class is to present modeling and recent mathematical analysis, used to explain and extract features hidden in large data. The first part of the class will be based on stochastic analysis and partial differential equations and statistical physics. In the second part, we will focus on applications such as the nucleus organization, synapses and neural networks in neuroscience.

This class (in english) is based on the Holcman's Cambridge lecture and e-class presented in

http://bionewmetrics.org/stochastic-processes-and-applications-to-modeling-cellular
and Youtube.

Thèmes abordés : Part I

Stochastic processes, Fokker-Planck equation
Recovering a stochastic from noisy trajectories
Exit problem and boundary layer for linear PDE for Mean First Passage Time Equations.
Small hole theory : search for a small target.
Non-selfadjoint Fokker-Planck and the full spectrum
Model of electro-diffusion, asymptotic and singularities.
Deconvolution of time series (voltage dye)
Introduction to projection of microscopy data. New Nonlinear PDE. Application to superresolution data analysis.
Modeling polymer dynamics using Rouse model.

Part II and III

Synaptic transmission and plasticity. Model of the current. synaptic current. Modeling synaptic transmission : homogenization of the Robin constant for small cluster a receptors. Modeling synaptic transmission, synaptic weight. Synaptic cleft.
Diffusion in microdomains : Calcium dynamics in a dendritic spine. Molecular and vesicular trafficking. Hybrid model of diffusion.
Analysis of nucleus organization. Dynamics of the double strand DNA break repair. Organization of telomeres. Recurrent time of 2 telomeres, dissociation time from a cluster. Asymptotic estimations.
Aggregation-dissociation with a finite number of particles in confined microdomains. Application to Virus assembly and telomere organization.
Evaluation : small projects.

References :

D. Holcman Z. Schuss, Stochastic Narrow Escape : theory and applications, Springer 2015
D. Holcman, Z. Schuss, Asymptotics of Singular Perturbations and Mixed Boundary Value Problems for Elliptic Partial Differential Equations, and their applications, Springer (in press) 2017

5MM21. Méthodes de Galerkin discontinues et applications (6 ECTS) (2e semestre)

Professeur : Alexandre Ern

mel : ern@cermics.enpc.fr

url : http://cermics.enpc.fr/~ern

Objectifs de l'UE : Il s'agit d'une part de comprendre les fondements théoriques de la méthode et d'autre part d'étudier sa mise en œuvre dans des cas concrets (advection-diffusion, mécanique des fluides, lois de conservation).

Prérequis : il est souhaitable de connaître la méthode des éléments finis de Lagrange conformes (par ex., 5MM30), l'approximation variationnelle des EDP (par ex., 5MM36), et la méthode des volumes finis (par ex., NM464)

Thèmes abordés : l'UE est organisé comme suit

— formulation et analyse de la méthode pour l'équation de transport stationnaire, liens avec la méthode des volumes finis (3 séances)

— formulation et analyse de la méthode pour la diffusion et l'advection-diffusion, notion de gradient discret (3 séances)

— applications a la mécanique des fluides stationnaires : équations de Stokes et de Navier-Stokes (in)compressibles (3 séances)

— lois de conservation linéaires et non-linéaires : notion de flux, analyse de convergence, applications (3 séances)

5MM45. Contrôle des EDP, contrôle quantique (6 ECTS)(2^{eme} semestre)

Professeurs : Pierre Rouchon (Mines-ParisTech) et Mazyar Mirrahimi (Inria)
mel : pierre.rouchon@mines-paristech.fr, mazyar.mirrahimi@inria.fr
https://who.rocq.inria.fr/Mazyar.Mirrahimi/
http://cas.ensmp.fr/~rouchon/index.html

Objectifs de l'UE : Ce cours présente les méthodes mathématiques pour l'analyse et le contrôle de systèmes physiques intervenant en information quantique. Ces méthodes sont illustrées par des expériences récentes d'électrodynamiques quantique en cavité et de circuits quantiques, expériences qui préparent et protègent des états quantiques contre la décohérence, le principale obstacle à la réalisation d'un ordinateur quantique. Les modèles dynamiques utilisés reposent sur des équations différentielles ordinaires ou aux dérivées partielles. Ces modèles s'appuient sur les lois de la mécanique quantique avec l'équation de Schrödinger. Ils peuvent comporter aussi des effets stochastiques très structurés et dus au fait que toute mesure perturbe inévitablement et de façon aléatoire le système considéré. Les méthodes mathématiques présentées reposent sur les notions fondamentales de feedback, de stabilité et de robustesse.

Prérequis : Notions de base en mécanique quantique sont souhaitées mais ne sont pas indispensables.

Thèmes abordés :

1. Introduction à la mécanique quantique : le système à deux niveaux (qubit), l'oscillateur harmonique et les systèmes composites formés de qubits et d'oscillateurs harmoniques.
2. Systèmes quantiques fermés, Équation de Schrödinger, Systèmes multi-échelles en temps et la réduction de modèle par moyennisation, théorie adiabatique et application en contrôle.
3. Systèmes quantiques ouverts : divers modèles dynamiques en temps discret (chaînes de Markov, applications de Kraus) et leur version en temps continu (équations maîtresses stochastiques, équations de Fokker-Planck).

4. Méthodes Lyapunov stochastiques pour stabiliser un système quantique : application à des expériences d'électrodynamique quantique en cavité (menées par le groupe de S. Haroche, Nobel 2012, et J.-M. Raimond, Laboratiore Kastler-Brossel, ENS et Collège de France).
5. Stabilisation par dissipation d'un système quantique : application à des expériences sur les circuits supraconducteurs quantiques (menées par les groupes de B. Huard à l'ENS et M. Devoret à l'Université de Yale).

5MM28. Kinetic models (6 ECTS)(2eme semestre)

Professeur : François Golse (ce cours aura lieu à l'Ecole polytechnique)
mel : golse@math.polytechnique.fr
url : http://www.math.polytechnique.fr/~golse

Objectifs de l'UE : Ce cours est une introduction à l'analyse mathématique des modèles de la théorie cinétique des gaz ou des plasmas

Prérequis : Notions de base d'analyse fonctionnelle et d'analyse de Fourier

Thèmes abordés :

I. L'équation de transport.

Méthode des caractéristiques, lemmes de moyenne et de dispersion.

II. Les équations de type Vlasov.

1) Le modèle de Vlasov-Poisson : existence, unicité régularité de la solution en dimension 3 (d'après Pfaffelmoser, Lions-Perthame).

2) Le modèle de Vlasov-Maxwell : existence globale de solutions renormalisées (d'après DiPerna-Lions) ; critère d'explosion de Glassey-Strauss

III. L'équation de Boltzmann.

Existence globale de solutions renormalisées.

5MM35. Méthodes numériques probabilistes (6 ECTS) (premier semestre)

Professeur : Tony Lelièvre
mel : lelievre@cermics.enpc.fr
url : http://cermics.enpc.fr/~lelievre

Objectifs de l'UE : Ce cours est une introduction aux probabilités avec deux objectifs : comprendre le langage des probabilités qui intervient dans de nombreux modèles (physique statistique, mécanique quantique, chimie, biologie, finance) et présenter quelques méthodes numériques probabilistes qui peuvent notamment être utilisées pour résoudre des problèmes déterministes (résolution d'équations aux dérivées partielles, calcul de la première valeur propre d'un opérateur).

Prérequis : On suppose acquis les fondements de la théorie de la mesure et de l'intégration. Les prérequis en probabilités sont très faibles (des rappels sont faits aux premiers cours).

Thèmes abordés : On s'attache a présenter les concepts essentiels fondant les méthodes de Monte Carlo, les chaînes de Markov, les processus de diffusion et leurs liens avec les équations aux dérivées partielles. Plusieurs applications illustrent le cours : en physique statistique (méthodes d'échantillonnage d'une mesure de Boltzmann-Gibbs), en dynamique moléculaire (énergie libre, formule de Jarzynski), ou en finance (pricing d'option). Le plan du cours est le suivant :

1. *Variables aléatoires* : espace probabilisé, notions de convergence, théorèmes limites, méthodes de Monte Carlo et de réduction de variance.
2. *Chaînes de Markov* : équations de Kolmogorov, co.mportement asymptotique (ergodicité), méthodes Markov Chain Monte Carlo.
3. *Processus de diffusion* : processus aléatoires et mouvement brownien, intégrales stochastiques et calcul d'Itô, équations différentielles stochastiques, liens avec les équations aux dérivées partielles (formules de Feynman-Kac et équation de Fokker-Planck), inégalité de Poincaré et comportement asymptotique.

cf. http ://cermics.enpc.fr/~lelievre/ANEDP/ANEDP.html

5MM57. Aspects théoriques et numériques pour les fluides incompressibles (6 ECTS) (2^0 semestre)

Professeurs : Pascal Frey et Yannick Privat
mel : frey@ann.jussieu.fr
url :

Objectifs de l'UE : amélioration des méthodes de simulation numérique à partir de résultats thériques d'analyse numérique, à destination des sciences de l'ingénieur.

Prérequis : niveau de Master M1 en mathématiques

Thèmes abordés : Le cours propose une introduction aux méthodes d'adaptation utilisées dans le contexte de la simulation numérique. Y seront plus spécifiquement abordés les aspects relatifs aux étapes de pré-traitement (maillages, triangulations) et de post-traitement (estimateurs d'erreur, visualisation) de la résolution numérique de problèmes formalisés par des EDP. Le cours développera des aspects théoriques et numériques.

Un projet numérique (facultatif), à réaliser en binôme, est proposé aux étudiants.

5MM27. Modèles hyperboliques d'écoulements complexes dans le domaine de l'énergie (6 ECTS) (2^0 semestre)

Professeurs : Jacques Sainte-Marie
url :

Objectifs de l'UE :

Prérequis : niveau de Master M1 en mathématiques

Thèmes abordés : Le but de ce cours est d'étudier les modèles d'écoulements de fluides complexes décrits par des EDP hyperboliques dans les contextes de l'énergie hydraulique, de l'exploitation des hydrocarbures des réacteurs nucléaires. On abordera notamment les écoulements à surface libre, les écoulements en milieu poreux et les écoulements diphasiques. Leur étude sera effectuée à la fois d'un point de vue théorique et du point de vue de l'approximation numérique.

Rappels sur le système de la dynamique des gaz compressible (gaz parfait polytropique) et sur les propriétés classiques des systèmes hyperboliques (vitesses des ondes, entropie, problèmes de Riemann) ainsi que sur les schémas numériques volumes finis uni- et multidimensionnels (Godunov, HLL, Roe) et les propriétés importantes (stabilité, positivité...) et quelques notions concernant les conditions limites.

Energie hydraulique. On s'intéresse dans cette partie aux écoulements d'eau à surface libre, entrant en jeu en situation de rupture de barrages hydroélectriques, mais aussi pour la modélisation de l'océanographie cotière et le transport de polluant. Equations de Saint-Venant, prise en compte de la topographie, de la rugosité du sol. Méthodes numériques adaptées (splitting, schéma préservant l'équilibre, l'asymptotique).

Exploitation des hydrocarbures. Plusieurs modèles d'écoulements de fluides (eau, hydrocarbures) dans des milieux poreux sont étudiés. On mettra notamment l'accent sur la prise en compte de la perméabilité du milieu, qui pourra éventuellement être discontinue. Equation de Buckley Leverett. Modèles d'écoulement en milieu poreux, milieux à perméabilité variable. Lois de conservation à flux discontinu, schémas numériques associés.

Ecoulements diphasiques compressibles. Cette dernière partie est dédiée à l'étude de modèles décrivant l'évolution de mélange de fluides (eau et hydrocarbure par exemple) ou de phases différentes d'un même fluide (eau liquide et vapeur d'eau). Ce type d'écoulements intervient dans les conduites pétrolières et dans les circuits d'eau des réacteurs nucléaires. Modèles multicomposants ; transition de phase ; modèles homogènes (HEM, HRM) ; modèles moyennés (drift flux, bifluide, Baer-Nunziato). Problème de perte d'hyperbolicité ; problème lié à la non conservativité. Modèles de relaxation.

5MM20. Modeling of growth and regeneration processes in multi-cellular tissues involving agent-based models (6 ECTS) (2nd semestre)

Professeur : Dirk Drasdo
mel : Dirk.Drasdo@inria.fr
url : http://www-c.inria.fr/bang/DD/drasdo.html

Objectifs de l'UE :
Systems biology has become a rapidly growing field in which theoreticians (mathematicians, computer scientists, engineers, physicists) collaborative closely with experimental partners on biological questions. Currently, systems medicine is emerging addressing in the same way clinical applications. Both, systems biology and medicine address increasingly the multi-cellular scale of cell populations, tissues or whole organs, expressing cellular decisions during tissue organization processes in terms of molecular reactions, signaling, or cell metabolism. In this lecture, we give an overview of current agent-based models in which each cell is represented individually. Such models are particularly suited to include intracellular reactions within each individual cell. We discuss mathematical background and the computational algorithms of the models at each scale, and give application examples from biology and medicine. Moreover, we briefly discuss the interface of agent-based models with

continuum descriptions, and image analysis chains to quantify image information on spatial-temporal processes in living matter, and give a multiscale example spanning molecular, cell, tissue, organ, and body scale.

Prérequis :
It is useful (but not compulsory) to have basic knowledge in stochastic processes and to be able to code small problems in C, C++, or mathlab.

Thèmes abordés :
Stochastic processes (basics), modeling of chemical reactions, equations of motion, biomechanics (basics), compartment models, growth of tumor / non-tumor cell populations, organ modeling, image analysis (basics)

5MM22. Some mathematical Methods for Neurosciences (6ECTS), 1er semestre

Professeurs : Etienne Tanré et Romain Veltz

Objectifs de l'UE : Nous présentons dans ce cours quelques outils mathématiques qui interviennent de manière systématique dans de nombreux problèmes de modélisation en neurosciences. Les prérequis sont une bonne connaissance du calcul différentiel et du calcul des probabilit es dans le cadre de la théorie de la mesure.

Sans trahir la rigueur mathématique, le cours s'efforcera de mettre en valeur l'applicabilité aux neurosciences des concepts présentés. Le cours sera complété par des séances d'exercices et de programmation sous Scilab, Matlab ou Maple.

5MM53. Contrôle en dimension finie et infinie (6 ECTS) (1er semestre)

Professeur : Emmanuel Trélat
mel : emmanuel.trelat@upmc.fr
url : http://www.ljll.math.upmc.fr/~trelat/

Objectifs de l'UE : La théorie du contrôle est une branche des mathématiques permettant de contrôler un système sur lequel on a une action, une commande (comme une voiture, une fusée, une réaction chimique, un système biologique, un marché financier, etc). Le problème de contrôlabilité consiste alors à déterminer une loi de contrôle permettant d'emmener, de guider ce système vers un certain état final désiré. L'objectif de ce module est de donner des résultats d'analyse permettant d'aborder la contrôlabilité, le contrôle optimal, la stabilisation, et l'observabilité de systèmes linéaires et non linéaires.

On parle de contrôle optimal lorsque, en plus de contrôler un système (i.e., de le guider vers un état final), on veut de plus minimiser un certain critère – par exemple, minimiser une consommation, maximiser un rendement. On parle de stabilisation lorsqu'on veut construire un feedback, i.e. un contrôle dépendant de l'état, afin de rendre le système autonome, ou bien robuste aux perturbations extérieures. On parle d'observabilité lorsqu'on cherche à reconstruire l'état complet d'un système à partir d'observations partielles de cet état.

De nombreux exemples concrets seront donnés, dans diverses disciplines (mécanique, biologie, maths financières, électronique, etc).

Prérequis : Aucun.

Thèmes abordés :

- Contrôlabilité : systèmes linéaires autonomes (Kalman), instationnaires (Gramienne). Systèmes non linéaires : résultats de contrôlabilité locale.
- Contrôle optimal : principe du maximum de Pontryagin. Cas particulier des systèmes linéaires. Théorie linéaire-quadratique, équation de Riccati, régulation. Systèmes non linéaires, exemples et exercices. Applications en maths bios, en mécanique, en maths financières.
- Stabilisation : systèmes linéaires (placement de pôles), stabilisation locale pour des systèmes non linéaires. Théorie de Lyapunov, Lasalle. Méthode de Jurdjevic-Quinn. Applications en aérospatiale, en maths bios.
- Introduction au contrôle en dimension infinie : semi-groupes, opérateur de contrôle, admissibilité, observabilité. Exemples : chaleur, ondes, Schrödinger. Méthode HUM. Etude de quelques EDP non linéaires élémentaires.

Support de cours : https://www.ljll.math.upmc.fr/~trelat/fichiers/livreopt2.pdf

5MM63. Introduction aux EDP stochastiques (6 ECTS) (2nd semestre)

Professeur : Anne De Bouard, Ecole Polytechnique

Objectifs de l'UE : Le but du cours est d'introduire les méthodes de base pour l'étude mathématique d'EDP (paraboliques) faisant intervenir des termes aléatoires qui, parce qu'ils modélisent des phénomènes qui se produisent à des échelles de temps beaucoup plus petites que les phénomènes déterministes, sont des bruits blancs en temps. De telles équations interviennent naturellement en physique (par exemple, mais pas seulement, pour modéliser la turbulence dans certains fluides), en biologie (dynamique des populations, neurosciences, ...) ou en finance.

Après des rappels de base en probabilités et processus stochastiques, on introduira le mouvement brownien, puis le calcul d'Ito en dimensions finie et infinie. On montrera alors des résultats d'existence de solutions d'EDP stochastiques forcées par un bruit blanc. On étudiera ensuite, suivant le temps restant, le comportement des solutions en temps infini (existence d'une mesure invariante, âàŽÃďergodicité, ...). Aucun prérequis n'est demandé en probabilités.

Références : G. Da Prato, J. Zabczyk, Stochastic Equations in Infinite Dimensions, Cambridge University Press
Cours de Martin Hairer : An Introduction to Stochastic PDEs
https://arxiv.org/pdf/0907.4178.pdf

5MM61. Méthodes mathématiques pour les équations d'Einstein-Euler (6 ECTS) (2nd semestre)

Professeur : Philippe LeFloch

Objectifs de l'UE : Ce cours fournira une introduction à diverses méthodes d'analyse mathématique des équations d'Einstein de la relativité générale et de leur couplage avec les équations d'Euler des fluides compressibles. Il s'agit de systèmes d'équations aux dérivées partielles de nature hyperbolique et non-linéaire. Ces équations étant particulièrement complexes, dans ce cours nous étudierons la stabilité non-linéaire de classes de solutions possédant certaines symétries.

Ce cours fournira aussi des outils indispensables pour les étudiants intéressés par l'analyse numérique des équations d'Einstein et, par exemple, l'étude des ondes gravitationnelles récemment observées par le détecteur LIGO. Des sujets de stages et de thèses de doctorat seront proposés à l'issue du cours.

Thèmes abordés :
— Equation de Burgers relativiste, métrique de Schwarzschild, solutions faibles
— Equations d'Euler relativistes : fluides compressibles, hyperbolicité
— Solutions à symétrie sphérique, cylindrique, plane
— Propriétés asymptotiques, formation de surfaces piégées
— Formulation du problème de Cauchy pour les équations d'Einstein
— Couplage avec des champs scalaires, gravité modifiée
— Stabilité non-linéaire de l'espace-temps de Minkowski
— Feuilletage asymptotiquement hyperboloidal, complétude géodésique

5MM51. Modèles probabilistes en Neurosciences (6ECTS) 2nd semestre
Professeure : Michèle Thieullen, Université Pierre et Marie Curie

Objectifs de l'UE : Les phénomènes biophysiques observés en neurosciences sont d'une grande complexité. Pendant de nombreuses années leur modélisation a reposé sur des modèles déterministes, mais il est maintenant bien établi que les modèles stochastiques sont indispensables pour décrire avec précision certains phénomènes. Dans ce cours nous décrirons les grands types de modèles stochastiques existants. Pour chaque type nous identifierons les questions probabilistes soulevées et les outils nécessaires de la théorie des probabilités seront introduits. On abordera par exemple les questions suivantes : premier temps de passage, systèmes lents-rapides, applications des grandes déviations, comportement stationnaire, approximation diffusion. Le lien avec certaines équations aux dérivées partielles sera souligné sur des exemples.

5MA11. Arbres Aléatoires pour la biologie évolutive (6ECTS) 2nd semestre
Professeur : A. Lambert, Université Pierre et Marie Curie

Objectifs de l'UE : Ce cours a pour but d'étudier et de comprendre les propriétés mathématiques de certains arbres aléatoires notamment utilisés en biologie évolutive pour modéliser les généalogies, les pedigrees ou les phylogénies.

Thèmes abordés : La majeure partie du cours sera consacrée aux arbres aléatoires discrets, dont nous introduirons les trois principales classes de modèles : les modèles de dynamique des populations (processus de Galton-Watson, processus de naissance et de mort, splitting trees), les modèles de génétique des populations (modèles de Cannings, Wright-Fisher, d'Eldon-Wakeley) et les modèles d'arbres phylogénétiques (Markov branching models d'Aldous). Dans le cas des processus de branchement, nous montrerons comment le processus de contour d'un arbre permet d'en extraire certaines propriétés.

La plupart de ces arbres aléatoires sont interprétés dans leur définition primitive comme la trace de la dynamique d'une population de particules (une particule pouvant être la copie d'un gène, une cellule, un organisme individuel, ou une colonie d'individus, voire une espèce) qui meurent et se reproduisent au cours du temps. Un rôle particulier est joué en biologie évolutive par l'arbre réduit, qui est l'arbre généalogique des particules vivantes à un temps donné. Nous étudierons deux exemples d'arbres réduits dont il existe une description très élégante dans le sens rétrospectif du temps : le coalescent de Kingman et le processus ponctuel de coalescence.

La troisième partie du cours sera consacrée à l'étude fine des topologies des arbres aléatoires que nous avons introduits, en particulier dans le cadre des Markov branching models. Nous étudierons notamment le comportement d'une mesure de déséquilibre des arbres.

Dans la quatrième partie du cours, les particules seront munies de types héritables (haplotype, trait phénotypique), et nous caractériserons la partition allélique de la population, prise dans sa totalité ou à temps fixe. Cette partie fait intervenir des objets très importants en génétique des populations et en probabilités discrètes, comme le processus du restaurant chinois, la formule d'échantillonnage d'Ewens ou la distribution de Griffiths-Engen-McCloskey (GEM). Si le temps le permet, nous terminerons par l'étude de certaines limites d'échelle de ces arbres : processus de branchement.

5MM26. Modélisation et méthodes numériques en hémodynamique (2nd semestre)

Professeur : Miguel Fernandez
mel : miguel.fernandez@inria.fr.

Objectifs de l'UE : Simulation numérique des écoulements sanguins

Prérequis :

Thèmes abordés :

Ce cours abordera quelques problèmes rencontrés en simulation numérique des écoulements sanguins. Une hiérarchie de modèles sera présentée :

— modèles tri-dimensionnels de portions d'artère, incluant des effets d'interaction fluide-structure entre la paroi des vaisseaux et l'écoulement du sang ;
— modèles mono-dimensionnels hyperboliques, permettant en particulier l'étude de la propagation d'ondes de pression dans un réseau artériel.
— modèles zéro-dimensionnels pour une représentation globale du système cardiovasculaire, incluant des mécanismes de contrôle et de régulation.

Dans chaque cas nous mettrons l'accent sur des difficultés numériques d'intérêt général, dont la compréhension dépasse le cadre de l'hémodynamique (algorithmes de couplage multiphysique, conditions aux limites, estimation de paramètres partir de mesure, etc.)

5MM39. Modèles de croissance de tissus biologiques (6 ECTS) (2nd semestre)

Professeur : Luis Almeida
mel : luis.almeida@upmc.fr
http://www.ljll.math.upmc.fr/~almeida/

Objectifs de l'UE : Cette UE présentera quelques aspects de la modélisation mathématique de tissus biologiques, et en particulier de la croissance de tumeurs, en s'appuyant sur des aspects applicatifs et en abordant les questions mathématiques qu'ils posent.

Prérequis : Bases sur les systèmes différentiels, les équations différentielles et l'analyse fonctionnelle

Thèmes abordés : Quelques aspects des cancers et de leur traitement sur des systèmes différentiels (quiescence, angiogenèse, immunothérapies).
Modèles de populations structurées pour décrire l'hétérogénéité dans les tumeurs et son évolution.
Modèles de réparation tissulaire et de cicatrisation.

5MM29. Calcul haute performance, algorithmes parallèles d'algèbre linéaire à grande échelle, stabilité numérique (6ECTS), 2nd semestre

Professeure : Laura Grigori INRIA & LJLL

Objectifs de l'UE :

L'objectif de l'UE est de donner les notions de base permettant de concevoir des algorithmes numériques parallèles efficaces, ainsi qu'une introduction aux algorithmes les plus récents en algèbre linéaire numérique à grande échelle, une analyse de leur stabilité numérique, associée à une étude de leur complexité en terme de calcul et communication. Les opérations considérées correspondent aux étapes les plus coûteuses se trouvant au coeur de nombreuses simulations numériques complexes.

Thèmes abordés :

Introduction au calcul parallèle : survol des machines parallèles et modèles de programmation, introduction aux routines MPI pour programmer une machine parallèle, approches pour identifier le parallélisme dans les simulations numériques. Algorithmes parallèles et leur stabilité numérique pour des opérations en algèbre linéaire numérique : méthodes d'orthogonalisation, problèmes aux moindres carrés, résolution des systèmes linéaires. Une introduction aux algorithmes parallèles developpés ces dernières années minimisant les communications dans une machine parallèle, compromis parallélisation-stabilité. Au-delà de l'algèbre linéaire, quelques exemples : algorithmes parallèles pour le calcul de la transformée de Fourier rapide, problèmes de partitionnement de domaines/graphes entre plusieurs processeurs. Des travaux pratiques sur machines.

Un TP sera consacré à l'utilisation des GPUs. Le cours comprend un projet qui sera réalisé sur une machine avec une centaine de processeurs.

5MM52. Modèles stochastiques de la biologie moléculaire (6 ECTS) (2ème semestre)

Professeur : Philippe Robert

Objectifs de l'UE : Ce cours présente plusieurs modèles mathématiques fondamentaux de la biologie moléculaire oİ les phénomènes aléatoires jouent un rôle-clé. Aucune notion de biologie n'est prérequise.

On s'intéressera tout d'abord à l'expression du gène, i.e. la production de protéines dans les cellules prokaryotes (comme les bactéries). En raison du milieu désordonné du cytoplasme de ces cellules, les expériences montrent une grande variabilité du nombre de protéines d'un type donné dans les cellules d'une même culture. Les modèles dans ce contexte ont pour objectif d'identifier les paramètres de la cellule qui permettent de contrôler la variabilité de la production de protéines.

La deuxième partie s'intéressera aux phénomènes de polymérisation dans un cadre biologique. Certaines protéines à l'intérieur de la cellule ont la propriété de pouvoir s'assembler en longues fibres appelées polymères. De nombreux processus biologiques utilisent ces mécanismes qui contribuent au bon fonctionnement des cellules, pour l'élaboration du cytosquelette notamment. Dans certains cas cependant ces phénomènes peuvent être pathologiques, dans les cellules nerveuses notamment oİ des maladies comme celle d'Alzheimer semblent être liées à ce type de mécanismes. On observe dans les expériences in vitro que, au bout d'un temps très variable suivant les expériences, la concentration en polymères passe de la valeur 0 à une valeur élevée. Les modèles probabilistes utilisés ont pour objet de pouvoir expliquer la variabilité des phénomènes observé et d'étudier l'impact des différents paramètres sur la variance du temps de polymérisation.

Les méthodes probabilistes présentées utilisent plusieurs types de techniques

Calcul stochastique pour les processus ponctuels de Poisson marqués Théorèmes limite pour les processus de sauts markoviens. Méthodes d'homogénéisation. qui seront rappelées lors du cours.

Thèmes abordés : (1) Introduction.

Introduction au calcul stochastique pour les processus ponctuels de Poisson marqués. Rappels sur les martingales associées aux proces- sus markoviens de sauts.
Convergence en distribution des processus de sauts markoviens. Homogénéisation des processus de Markov.
Modèles probabilistes des phénomènes chimiques. Loi d'action de masse, équations de Michaelis-Menten.

(2) Expression du Gène.

Modèles markoviens et non-markoviens de la production de protéines. Existence et caractérisation de la loi invariante de la concentration d'une protéine d'un type donné. étude de la variance à l'équilibre.
Compétition pour les ressources de la cellule dans la production de protéines : un modèle de champs moyen.
étude de l'impact de l'auto-régulation de la production de protéines sur la variabilité du nombre de protéines : méthodes d'homogénéisation.
(3) Modèles de la Polymérisation.

Un modèle simplifié de la polymérisation avec deux espèces de polymères. Théorèmes central-limite fonctionnels.
Variations sur les renormalisations des taux de polymérisation.
Impact des phénomènes de nucléation.

5MM50. Méthodes mathématiques et analyse numérique pour la simulation moléculaire (6 ECTS) (2ème semestre)

Professeur : Gabriel Stoltz (Ecole Nationale des Ponts et Chaussées)
mel : stoltz@cermics.enpc.fr
http://cermics.enpc.fr/~stoltz

Objectifs de l'UE : Ce cours est une introduction à la simulation moléculaire, qui est la version computationnelle de la physique statistique. Ces techniques numériques sont couramment utilisées dans de nombreux domaines d'application (physique, chimie, biologie) mais sont encore trop peu étudiées d'un point-de-vue mathématique.

Prérequis : Un cours de processus stochastiques tel que le cours fondamental de "Méthodes numériques probabilistes" de Tony Lelièvre

Thèmes abordés :

Ce cours commence par une séance d'introduction aux concepts les plus importants de la physique statistique, notamment la description des macroétats d'un système par une mesure de probabilité.

On présente ensuite l'échantillonnage des états à énergie constante par l'intégration en temps long de la dynamique Hamiltonienne (théorie de l'intégration géométrique).

On se tourne dans un second temps vers l'échantillonnage des états à température constante par la dynamique de Langevin, en étudiant notamment la convergence de la loi de ce processus stochastique par les techniques d'hypocoercivité. On considère également les erreurs numériques engendrées par la discrétisation de la dynamique de Langevin.

En fonction du temps, on s'intéressera au calcul de différences d'énergies libres en considérant une méthode numérique dont la convergence est équivalente à celle d'une équation de Fokker-Planck non-linéaire ; et/ou à la réponse linéaire de systèmes hors d'équilibre, en étudiant un développement perturbatif d'un opérateur de Fokker-Planck modifié.

5MM19. Méthodes de problèmes inverses et applications en dynamique des populations (6 ECTS) (1*er* semestre)

Professeurs : P. Moireau et M. Doumic
mel : marie.doumic@inria.fr
https://www.rocq.inria.fr/bang/Marie-Doumic/index.html

Objectifs de l'UE : L'objectif de ce cours est de d'introduire la notion de problème inverse et les principales difficultés de ce domaine. A travers l'étude de l'exemple classique de l'estimation de la dérivée d'une fonction à partir d'une mesure bruitée, on donnera un panorama des méthodes existantes et de leurs spécificités (méthodes de régularisation, moindres carrés, estimation par noyau, multi-échelle). Nous mettrons ensuiteâàŽÃďl'accent sur des applications en dynamique des populations. Dans ce cadre de modèles dynamiques, nous montrerons alors comment l'assimilation de données fournit un cadre cohérent pour la définitionâàŽÃďdes problèmes. Des liens entre vision statistique et vision analytique seront par ailleurs établis.

Prérequis : Analyse niveau M1

Thèmes abordés : problèmes inverses, méthodes de régularisation, assimilation de données, bruit statistique, dynamique des populations.

5MM03. Mathematical methods in biology (6 ECTS) (1er semestre)

Professeur : B. Perthame
mel : perthame@ann.jussieu.fr
https://www.ljll.math.upmc.fr/~perthame/

Objectifs de l'UE : The aim of this course is to present examples of mathematical modeling in the life sciences and to introduce some useful tools for pursuing studies in this area.

Prérequis : It is better (although not mandatory) to have have some basic knowledge in ODE and to have followed the basic course in PDE of this master program.

Thèmes abordés : Population Dynamics - single species and interaction between species. Structured populations.
Reaction kinetics and pharmo-kinetics/pharmo-dynamics.
Reaction-diffusion equations and front propagation in Biology. Turing instability.
Cell motion and chemotaxis.

5MM07. Théorie quantitative de l'homogénéisation stochastique des EDP elliptiques linéaires (6 ECTS) (2nd semestre)

Professeur-e-s : Antoine Gloria

Objectifs de l'UE : L'objectif du cours est de développer une théorie quantitative de l'homogénéisation stochastique. Ce cours mêle analyse des EDP et théorie des probabilités – pas de prérequis en probabiités, cours d'analyse fonctionnelle pour la partie EDP. Le point de départ est une équation de diffusion en milieu aléatoire, oİ la taille des hétérogénéités est petite devant les autres données du problème. La théorie de l'homogénéisation consiste à remplacer cet opérateur à coefficients oscillants (supposés ici aléatoires stationnaires et ergodiques) par un opérateur Òéquivalent Ó à coefficients constants (et déterministes). Ceci constitue l'aspect qualitatif de la théorie que nous introduirons (en détails) au début du cours. Par une théorie quantitative de l'homogénéisation, on entend des estimations de convergence des quantités en jeu en fonction des hypothèses sur la loi des coefficients. Le développement de cette théorie repose tout d'abord sur des résultats de régularité elliptique à grandes échelles. En particulier, aux grandes échelles, l'équation elliptique à coefficients aléatoires a des propriétés de régularité similaires à l'équation homogénéisée associée (essentiellement un laplacien) avec grande probabilité, ce qui contraste très fortement avec les résultats de régularité déterministes pour de tels opérateurs. La quantification de l'expression Òavec grande probabilitéÓ est l'objet de la partie suivante. Elle repose notamment sur l'introduction d'inégalités fonctionnelles (de type trous spectraux, inégalités de Sobolev logarithmiques). La combinaison de la théorie de régularité aux grandes échelles et de ces inégalités fonctionnelles permettra de démontrer des estimations de convergence en homogénéisation stochastique. Dans la dernière partie du cours, nous aborderons la question des fluctuations de la solution de l'EDP à coefficients aléatoires.

Plan du cours :
— Homogénéisation stochastique : résultats qualitatifs
— Régularité elliptique à grandes échelles pour les opérateurs à coefficients aléatoires

— Inégalités fonctionnelles, concentration et contrôle du rayon minimal de régularité
— Estimations quantitatives en homogénéisation stochastique
— Commutateur d'homogénéisation et théorie des fluctuations

5MM58. Algèbre tropicale en optimisation et en jeux (6 ECTS) (2nd semestre)(*)

Professeur-e-s : Stéphane Gaubert (Ecole Polytechnique)

Objectifs de l'UE : Ce cours présente un certain nombre d'outils et résultats récents, inspirés de la géométrie tropicale, relatifs aux problèmes de contrôle ou de jeux répétés, déterministes ou stochastiques, avec une attention particulière pour les problèmes de paiement moyen ou en temps long ainsi que pour les aspects combinatoires et algorithmiques. Certains résultats sont illustrés par des exemples issus d'applications (optimisation du référencement, optimisation de la croissance en dynamique de population).

Thèmes abordés :
— Algèbre tropicale et structures de "caractéristique un" (semi-corps max-plus).
— Résolution de problèmes avec paiement moyen via des problèmes spectraux non-linéaires.
— Représentation des opérateurs de Shapley.
— Théorie de Perron-Frobenius non-linéaire, dynamiques monotones ou non-expansives.
— Existence du paiement moyen.
— Certificats de Collatz-Wielandt.
— Généralisation non-linéaire de l'algorithme de la puissance.
— Algorithmes d'itération sur les politiques.
— Résultats de complexité pour les jeux répétés.

5MMEE. Théorie des jeux à champ moyen (6 ECTS) (2nd semestre)(Master MASEF Dauphine))

Professeur-e-s : Pierre Cardaliaguet (Univ. Dauphine, Master MASEF)

Objectifs de l'UE :

Thèmes abordés :
—

5MMEE. Théorie des jeux : applications en économie et en finance (6 ECTS) (2nd semestre)(Master MASEF Dauphine))

Professeur-e-s : Miquel Oliu Barton (Univ. Dauphine, Master MASEF)

Objectifs de l'UE :

Thèmes abordés :
—

5MMEE. Problèmes variationnels et de transport en économie (6 ECTS) (2nd semestre)(Master MASEF Dauphine))

Professeur-e-s : Guillaume Carlier (Univ. Dauphine, Master MASEF)

Objectifs de l'UE :

Thèmes abordés :

—

5MA12. Propagation d'évidence dans les réseaux bayésiens, applications en médecine (6 ECTS) (2nd semestre)

Professeur-e-s : Gregory Nuel

Objectifs de l'UE : L'objectif de ce cours est d'introduire les réseaux bayésiens (Bayesian networks - BNs) et l'algorithme permettant d'y faire de l'inférence exacte : la propagation d'évidence ("belief propagation" en anglais, ou encore "sum-product algorithm"). Le cours est illustré avec de nombreux exemples : de réseaux bayésiens jouet aux différents modèles de chaĬnes de Markov cachées (Hidden Markov Models - HMM). On portera une attention toute particulière au cas particulier des HMMs et de la version forward-backward de la propagation d'évidence. Ne sont pas traités dans ce cours : l'estimation de paramètres ni l'apprentissage de structure de BN.

Thèmes abordés :

- notion de réseaux bayésien (vu comme une généralisation des modèles Markovien discrets)
- notion d'évidence, marginalisation
- notion de junction tree, heuristiques de construction
- notion de messages, théorèmes fondamentaux
- algorithmes de propagation, inward/outward, lois jointes
- applications diverses (chaĬnes de Markov conditionnées par ses deux extrémités, chaĬnes de Markov cachées sous contraintes, arbres Markoviens avec boucles, etc.)
- calcul et maximisation de de la vraisemblance en présence de données complètes
- maximisation de la vraisemblance en présence de données incomplètes (par exemple par algorithme EM ou par optimisation multi-dimensionnelle directe)

L'ensemble du cours sera illustré par de nombreux exemples, notamment dans le contexte biomédical (diagnostic d'une maladie, prise en charge d'un patient aux urgences, génétique humaine, etc.), pour lesquels les calculs seront implémentés sous le logiciel R (pas de prérequis, car niveau technique de programmation assez faible).

Deux ouvrages de référence sur le sujet : (Jensen 1996), un livre assez ancien, mais toujours intéressant ou bien l'excellent et très complet (Koller and Friedman 2009).

NB : bien que le mot clef "bayésien" soit dans l'intitulé du cours, celui-ci ne traite absolument pas l'inférence bayésienne.

5.7 Responsables et sites

Le responsable de ce parcours est :

Emmanuel Trélat

et l'adresse du site web est http://www.ljll.math.upmc.fr/MathModel/

Secrétariat : Francelise Hardoyal
mel : francelise.hardoyal@upmc.fr
Campus Jussieu, bureau 15-25, 1.07 - tél. : 01 44 27 51 14

Chapitre 6

Master 2, parcours Ingénierie mathématique

6.1 Objectifs et descriptions

Le but de ce parcours qualifié de *professionnel* est de former des mathématiciens appliqués de haut niveau, ayant, outre les qualités associées habituellement à une formation solide en mathématiques, une réelle maîtrise de l'outil informatique, les rendant aptes à intervenir dans le monde de l'entreprise ou des services.

Depuis septembre 2018 ce parcours est ouvert **à la fois aux étudiant·e·s en formation initiale et aux étudiant·e·s en alternance**. Il propose trois majeures dans un seul et même parcours de M2 en Ingénierie mathématique :

— IMPE-Ingénierie Mathématique Pour l'Entreprise (responsables : C. Guichard et M. Postel),

— IFMA-Ingénierie Financière et Modèles Aléatoires, (responsables : V. Lemaire et L. Abbas-Turki),

— ISDS-Ingénierie Statistique et Data Sciences de l'ISUP (responsable M. Broniatowski).

Pour ce qui relève de l'apprentissage, le parcours est associé au CFA des Sciences qui organise le pré-recrutement des apprentis dès le mois d'avril précédent l'année de M2.

6.2 Débouchés professionnels

Des compétences pluridisciplinaires et un stage de quatre mois minimum en entreprise (ou la mission en apprentissage) donnent accès à des débouchés variés dans les secteurs utilisant la modélisation, la simulation numérique, l'estimation ou la prévision (R&D dans l'industrie, ESN, Banque, Assurance). Les meilleur·e·s étudiant·e·s peuvent aussi continuer en thèse, le plus souvent en mathématiques appliquées, en milieu universitaire, dans un centre de recherche (comme l'IFPen, ONERA, etc.) ou dans l'entreprise ou l'industrie (thèse Cifre). Les débouchés du parcours IFMA (Ingénierie Financière et Modèles Aléatoires) sont plus spécifiquement les banques, les compagnies d'assurance et les sociétés de services informatiques spécialisées dans la gestion des instruments financiers.

La liste des stages effectués ces dernières années, consultable sur les sites des formations, atteste de la réalité de l'insertion de ce parcours dans ces différents secteurs professionnels.

6.3 Organisation

Le master Ingénierie mathématique propose trois majeures différenciées. Chaque majeure est contrainte, et ne permet que peu de choix dans les enseignements suivis. Les trois majeures ont une structure en UE identique, avec certains enseignements de probabilités-statistique ou d'analyse numérique communs à deux ou trois majeures. Un cours obligatoire d'Anglais est également proposé aux trois cursus, il est assuré par le Département de langues qui offre la possibilité d'un entrainement au Toeic.

La première partie de l'année à l'université est structurée en trois blocs (voir tableau 6.1 : un bloc de base sur 6 semaines, un bloc fondamental sur 7 semaines, et un bloc d'options sur 10 semaines. A la fin du premier bloc, une évaluation systématique permet aux étudiant·e·s de se situer, et ce découpage permet certaines passerelles entre majeures ou avec d'autres parcours de M2. A la suite de cette période de formation (à partir du mois de mars), les étudiant·e·s en formation initiale effectuent un stage long en immersion complète en entreprise ou dans un grand centre de recherche. Une unité d'OIP spécifique les aide à préparer cette expérience professionnelle. Pendant cette période les étudiant·e·s apprenti·e·s sont à temps plein dans l'entreprise.

Table 6.1 – Organisation des enseignements en trois blocs

Bloc de base	6 semaines d'enseignement du 9 septembre au 18 octobre 2019 UE : Anglais, 5MI01 Ingénierie 1 et 5MI02 Méthodes mathématiques pour l'Ingénierie Examens la semaine du 21 octobre 2019
Une semaine sans enseignements du 28 octobre au 1er novembre 2019	
Bloc fondamental	7 semaines d'enseignement du 4 novembre au 20 décembre 2019 UE : Anglais, 5MI03 Outils informatiques pour l'Ingénierie et 5MI04 Ingénierie 2 Examens en janvier 2020
Bloc d'options	10 semaines d'enseignement du 20 janvier au 28 mars 2020 UE : 5MI05 Spécialisation 1 et 5MI06 Spécialisation 2 Ces enseignements sont en mode projet, l'évaluation a lieu au cours des 10 semaines.
Examens de rattrapage en janvier et juin 2020	

De manière à rendre possible l'alternance, les cours et examens communs aux étudiant·e·s en formation initiale et aux apprenti·e·s ont lieu

— du 9 septembre au 20 décembre 2019 : les lundis, mardis et mercredis.

— du 20 janvier au 28 mars 2020 : les lundis et mardis.

Les étudiant·e·s en formation initiale (non apprenti·e·s) auront des enseignements supplémentaires (principalement en mode projet) avec obligation d'assiduité.

Majeure IMPE

La majeure *Ingénierie Mathématique Pour l'Entreprise* (IMPE) est la plus généraliste des trois. Les étudiant·e·s suivent tous des enseignements théoriques et pratiques d'analyse numérique et calcul scientifique et un cours de base en statistiques, complétés par une formation en ingénierie mathématique de l'un des deux domaines

- mécanique (des fluides et des solides),
- probabilités et statistique.

Les unités Analyse numérique-calcul scientifique sont donc communes aux deux filières, elles sont complétées par des cours spécifiques au domaine choisi. Les cours TD, TP sont obligatoires au premier semestre (septembre-mars). Les étudiant·e·s effectuent des projets dans chaque matière. Un cours d'informatique scientifique et des travaux pratiques d'implémentation numérique permettent la mise en œuvre effective de méthodes numériques (Programmation en C, C++ et Matlab). Des projets avancés (en C++, calcul parallèle, OPENFOAM, code_Aster), un projet collaboratif (utilisant le logiciel Freefem++), des cours complémentaires (programmation Java ou Python, VBA, Cuda,..) sont choisis suivant les filières, ils permettent de conforter le domaine de compétences ou de se préparer au stage. Un cours obligatoire d'Anglais fait partie du cursus.

L'unité d'insertion professionnelle est proposée de façon spécifique à cette majeure. Elle permet aux étudiant·e·s une meilleure connaissance des débouchés très variés et leur fournit de bons outils d'insertion (rédaction du CV, préparation au stage, recherche d'un premier emploi).

Les étudiant·e·s en formation initiale effectuent à partir d'avril un stage long d'au moins quatre mois (mais le plus souvent six mois) en entreprise. Pendant le stage, ils ne suivent plus de cours et sont complètement insérés dans l'entreprise. Des exposés de mi-stage sont organisés ainsi qu'une soutenance finale devant un jury, avec rédaction d'un rapport, ce qui complète leur expérience professionnelle. Les brochures des résumés de stage disponibles sur le site de la formation permettent de se rendre compte de la variété des stages effectués.

Tous les ans, à l'issue du stage ou de l'apprentissage, certain·e·s étudiant·e·s poursuivent leur formation dans le cadre d'un Doctorat, le plus souvent CIFRE voir par exemple les exemples de débouchés sur le site web.

Majeure IFMA

La majeure *Ingénierie financière et modèles aléatoires* (IFMA) a été créée en 2006 pour répondre à une demande, les débouchés dans le secteur bancaire pour des étudiants formés aux mathématiques financières étant actuellement très bons. Cette majeure a pour objectif de former des ingénieurs mathématiciens ayant une triple compétence en calcul stochastique et finance mathématique, informatique et statistiques. La majeure prépare à l'évaluation et à la gestion quantitative des risques aléatoires tant du point de l'analyse stochastique que de leur traitement statistique et numérique.

La présence à tous les cours de la majeure est obligatoire. Après les deux cours de base, les deux unités du premier semestre (fin octobre - décembre) regroupent les cours fondamentaux de la formation qui permettent d'acquérir les outils mathématiques et numériques nécessaires en finance quantitative (finance de marché), et forment à la programmation en C++. L'autre unité de spécialisation en programmation VBA et sur carte graphique (GPU) complète cette formation. En vue de faciliter l'insertion professionnelle, des cours sont donnés par des professionnels de la finance sur des sujets pointus.

Les étudiants effectuent à partir d'avril un stage long d'au moins quatre mois (mais le plus souvent six mois) en entreprise. Pendant le stage, ils ne suivent plus de cours et sont complètement insérés dans l'entreprise.

Majeure ISDS

Cette majeure propose une formation de haut niveau aux carrières de Statisticien et Data Scientist dans les domaines porteurs liés à la Recherche et Développement dans les secteurs innovants.

La création de bases de données considérables dans les domaines du vivant, des communications et des services mène à des questions neuves, portant sur la recherche de méthodes de classification en haute dimension, d'identification d'événements rares, de mise en évidence de réseaux relationnels, etc ; on peut citer les questions de diagnostic épidémique, de traitement de requêtes en contrôle aérien, de marketing en lien avec les moteurs de recherche. La Statistique a un rôle central dans ce domaine très actif et porteur ; les possibilités de carrières très motivantes y sont très nombreuses. Les étudiants de cette majeure suivent des cours spécifiques de data mining, basés sur l'expérience et l'expertise de ses enseignants issus de notre Université ou experts reconnus dans les entreprises majeures du domaine, assurés par L'ISUP, des cours d'informatique adaptée aux grandes bases de données, des cours de mathématiques, probabilités et statistiques mutualisés avec les deux autres majeures.

Cette filière s'appuie sur une expérience réussie d'alternance, permettant à nos étudiants une formation en prise avec le monde de l'Industrie et des Services.

6.4 Publics visés, prérequis

Ce parcours s'adresse à des titulaires d'une première année de Master de Mathématiques (une composante de mathématiques appliquées est souhaitée) ou de Mécanique (pour la majeure IMPE-mécanique), ou de titres équivalents. Pour la majeure IMPE, des connaissances de base en analyse numérique matricielle et des équations différentielles ordinaires (EDO), et en équations aux dérivées partielles (EDP) sont souhaitées. La majeure IFMA (Ingénierie Financière et Modèles Aléatoires) s'adresse à des candidat.e.s ayant déjà une formation en probabilités de niveau M1. Admission sur dossier (pour chaque majeure). La majeure ISDS (Ingénierie Statistique et Data Science) s'adresse à des étudiant·e·s sortant de la deuxième année de la filière

Ingénierie statistique et data sciences de l'ISUP ou de la première année d'un master de mathématiques appliquées avec une spécialisation en probabilité et statistiques.

6.5 Description des UE

Le parcours propose 6 UE scientifiques à 6 ects chacune, 2 pour le premier bloc de base (voir tableau 6.3), 2 pour le deuxième bloc fondamental (voir tableau 6.4), 2 pour le dernier bloc de spécialisation (voir tableau 6.5), soit 36 ects en tout. Une UE d'anglais à 3 ECTs est répartie sur les deux premiers blocs. L'UE de stage constitue 18 ECTS. Pour les étudiant·e·s en formation initiale les 3 ECTS restants correspondent à l'OIP (3 ects). Pour les apprenti·e·s il s'agit de l'UE "pratique professionnelle".

Table 6.2 – Code couleur pour les mutualisations

blanc	commun à tous
cyan	ISDS+IFMA+IMPEproba
jaune	ISDS+IFMA
gris	IFMA+IMPEproba
rose	IFMA
orange	ISDS
turquoise	IMPE
vert	IMPEmeca

Chaque UE est composée de plusieurs cours, communs ou non à plusieurs majeures, suivant le code couleur indiqué dans le tableau 6.2. Sauf indication contraire les cours sont assurés par des enseignants-chercheurs de Sorbonne Université.

Unités communes aux trois majeures

- **5MI01 - Ingénierie 1 : Méthodes numériques**
  Professeur : Cindy Guichard
- **5MI01 - Ingénierie 1 : Statistique inférentielle**
  Professeur : Jean-Patrick Baudry
- **5MI01 - Ingénierie 1 : Fondamentaux du C/C++**
  Professeur : RaphaÃńl Roux
- **5MI02 - Méthodes mathématiques pour la modélisation : Modèles aléatoires**
  Professeur : Olivier Bardou
- **5MI03 - Outils math. pour l'ingénierie : Introduction CUDA**
  Professeur : Lokmane Abbas-Turki
- **5MI03 - Outils math. pour l'ingénierie : Langage Python**
  Professeur : Nicolas Lantos (ONERA)
- **5MI03 - Outils math. pour l'ingénierie : Analyse de Données logiciel R**
  Professeur : Frédéric Guilloux

TABLE 6.3 – Enseignements du bloc de base (UE Ingénierie 1 et méthodes mathématiques pour le modélisation)

Bloc de base 6+1 semaines 3j/semaine				10 sept-26 oct		Nom d'UE
ISDS	IFMA	IMPE/proba	IMPE/meca	vol horaire	ects	
Anglais	Anglais	Anglais	Anglais	14	1.5	
Méthodes numériques	Méthodes numériques	Méthodes numériques	Méthodes numériques	21	2	Ingénierie 1
Statistique inférentielle	Statistique inférentielle	Statistique inférentielle	Statistique inférentielle	21	2	
Fondamentaux du C/C++	Fondamentaux du C/C++	Fondamentaux du C/C++	Fondamentaux du C/C++	21	2	
Modèles aléatoires	Modèles aléatoires	Modèles aléatoires	Mécanique des milieux continus	21	2	Méthodes mathématiques pour la modélisation
Calcul stochastique	Calcul stochastique	Optimisation	Optimisation	21	2	
Contrôle qualité	Méthodes de Monte Carlo	Méthodes de Monte Carlo	Mécanique des fluides	21	2	

- **5MI03 Outils math. pour l'ingénierie : Séries temporelles et filtrage**
  Professeur : Jean-Patrick Baudry
- **5MI05 - Spécialisation 1 : Bases de données VBA**
  Professeurs : Maha Abdallah et Florian Pons (CRI4DATA)
- **5MI05 - Spécialisation 1 : Fiabilité**
  Professeurs : Michèle Thieullen, Thomas Guillon (RTE)
- **NXAN1. UE - Anglais (3 ECTS) (semestre S3)**
  L'enseignement est assuré par le département de langues (pour IFMA et IMPE essentiellement en ligne, quelques ateliers en présence). Préparation au test Toeic, ou Anglais professionnel.
- **5MI20. UE - Stage ingénierie long (18 ECTS) (semestre S4)**
  Professeurs : Marie Postel et Cindy Guichard (pour IMPE), Lokmane Abbas-Turki et Vincent Lemaire (pour IFMA), Michel Broniatovski (pour IDSD)
  Objectifs de l'UE : Cette expérience professionnelle, la première de cette ampleur par la durée et le niveau des tâches effectuées, est essentielle pour l'insertion ultérieure des étudiants dans le marché du travail. Elle est très valorisante et leur permet aborder la recherche du premier emploi avec un

Table 6.4 – Enseignements du bloc fondamental (UE Ingénierie 2 et outils informatiques pour l'ingénierie)

Bloc d'approfondissement 7+1 semaines 3j/semaine				7 nov-21 déc		Nom d'UE
ISDS	IFMA	IMPE/proba	IMPE/meca	vol horaire	ects	
Anglais	Anglais	Anglais	Anglais	16	1.5	Anglais
Introduction CUDA	Introduction CUDA	Introduction CUDA	Introduction CUDA	12	1	Outils informatiques pour l'ingénierie
Langage Python	Langage Python	Langage Python	Langage Python	12	1	
Analyse de données (logiciel R)	Analyse de données (logiciel R)	Analyse de données (logiciel R)	Initiation Code_Aster	24	2	
Séries chrono.	Séries chrono.	Séries chrono.	Projet collaboratif (FreeFEM++)	24	2	
Robustesse et modèles	Projet Monte Carlo	Méthodes pour les EDP	Méthodes pour les EDP	24	2	Ingénierie 2
	Finance 1	Projet optimisation	Projet optimisation	24	2	
Modèles à structure latente	Finance 1	Approf. C++	Approf. C++	24	2	

bagage scientifique et professionnel consistant. Pour les étudiants qui effectuent un stage de qualité en centre de recherche, elle peut éventuellement leur donner la possibilité d'obtenir une bourse de thèse pour continuer le travail de recherche appliquée initié pendant le stage, ou d'aborder un travail sur des thématiques proches dans une autre équipe.

Thèmes abordés : Immersion totale dans l'entreprise, dans un secteur correspondant à la majeure suivie : banque, assurance, sociétés de conseil, SSII, services de statistiques dans des établissements divers,...) ou pour la majeure IMPE dans un centre de recherche public (CEA, IFPen, INRIA, ONERA) ou du secteur industriel (automobile, aéronautique, BTP, énergie, télécom, transport, électronique,...).

Suivi pédagogique assuré par un enseignant de la formation, réunion à mi-stage (en IMPE), rédaction d'un rapport, soutenance officielle devant un jury composé des responsables de majeure, d'enseignants chercheurs concernés et de l'encadrant du stage en entreprise.

Table 6.5 – Enseignements du bloc d'option (UE Spécialisation 1 et 2)

Bloc de spécialisation 10 semaines 2j/semaine				21 janv- 29 mars		Nom d'UE
ISDS	IFMA	IMPE/proba	IMPE/meca	vol horaire	ects	
Base de données VBA	Base de données VBA	Base de données VBA	Openfoam	30	3	Spécialisation 1
Fiabilité	Fiabilité	Fiabilité	FreeFem PC 2	30	3	
statistiques industrielles	Machine learning	Machine learning	Projet Code Aster	15	1.5	Spécialisation 2
	Finance 2	Projet Python	Projet Python	15	1.5	
Science des données		Calcul Parallèle	Calcul Parallèle	30	3	

Unités communes à IFMA et ISDS

— **5MI02 - Méthodes mathématiques pour la modélisation : Calcul stochastique**
Professeur : Z. Shi
Objectifs : Introduction au calcul stochastique.
Prérequis : Notions de base en probabilités et martingales à temps discret.
Thèmes abordés : Mouvement brownien, intégrale stochastique, EDS, lemme d'Itô et de Girsanov, Feynman-Kac, introduction au contrôle stochastique.

Unités communes à IFMA et IMPE

— **5MI02 - Méthodes mathématiques pour la modélisation : Méthodes de Monte-Carlo**
Professeur : I. Kharroubi
Objectifs : Méthodes de Monte-Carlo.
Prérequis : Notions de base en probabilités.
Thèmes abordés : Généralités sur les méthodes de Monte-Carlo et Quasi-Monte Carlo (différents modes de simulation, réduction de variance, notion de discrépance et de dimension effective).

— **5MI06 - Spécialisation 2 Machine Learning**
Professeur : ?
Objectifs de l'UE :

Unités spécifiques à IMPE

- **Enseignements de mécanique répartis sur les 3 blocs**
  - **5MI02 - Mécanique des fluides.**
    Professeur : Philippe Druault
  - **5MI02 - Introduction à la mécanique des milieux continus. Mécanique des solides.**
    Professeur : Julien Waeytens (IFSTTAR)
  - **5MI03 - Initiation Code_Aster** et **5MI06 - Projet Code_Aster.**
    Professeurs : Mickaël Abbas, Emmanuel Boyère, Josselin Delmas (EDF - R&D)
  - **5MI05 - Spécialisation 1 : OPENFOAM.**
    Professeur : Rachida Chakir (IFSTTAR)

  Objectifs de ces UE : Apporter les connaissances nécessaires à la modélisation, à la conception de programmes, à l'utilisation et au développement de grands codes de calcul de mécanique des fluides et des solides.
  Prérequis : Il n'est pas nécessaire que le cursus suivi comporte une initiation aux thèmes fondamentaux pour la mécanique des milieux continus, solides et fluides.
  Thèmes abordés : Initiation à la mécanique des milieux continus : cinématique, déformations, efforts intérieurs (approche classique), bilans, lois de conservation.
  Mécanique des fluides : phénomènes de diffusion, couche limite dynamique et thermique (convection forcée et naturelle). Notions sur les écoulements turbulents : formalisme de Reynolds, outils de mesures, simulations numériques, caractérisation des mouvements tourbillonnaires en écoulement turbulent.
  Une grande place est réservée aux travaux encadrés sur des sujets applicatifs, par exemple : refroidissement d'une fibre optique, hydrodynamique des filets de pêche, mouvements tourbillonnaires en écoulement de couche de mélange plane, reconstruction-analyse des mouvements tourbillonnaires (krigeage ; Décomposition Orthogonale aux valeurs Propres, Estimation Stochastique ; réalisation d'un projet en Matlab).
  Mécanique des solides : formulation thermodynamique des lois de comportement, méthodes de résolution de problèmes de diffusion, de thermo-élasticité linéaire, de viscoélasticité linéaire et de plasticité parfaite.
  Initiation à des codes de calcul utilisés dans l'industrie : code_Aster, OPENFOAM
- **Analyse numérique et calcul scientifique répartis sur les 3 blocs**
  - **5MI02 - Optimisation**
    Professeur : Marie Postel
  - **5MI04 - Méthodes pour les EDP**
    Professeur : Pascal Frey
  - **5MI04 - Projet d'optimisation**
    Professeur : Max Cerf (ingénieur Airbus Defence & Space)
    5MI04 - Approfondissement C/C++

Professeur : Frédéric Hecht
- **5MI06 - Projet Python**
  Professeur : Nicolas Lantos (ONERA)
- **5MI06 - Calcul parallèle**
  Professeurs : FranÃğois-Xavier Roux et Xavier Juvigny (ONERA)
- **5MI03 et 5MI05- projet collaboratif FreeFem++**
  Professeur : Frédéric Hecht

Objectifs de ces UE : Donner les bases mathématiques et informatiques nécessaires pour la résolution et la simulation numérique des problèmes industriels ou du monde de l'entreprise modélisés par des systèmes d'équations aux dérivées partielles (EDP) et pour la résolution de problèmes d'optimisation.

Prérequis : Connaissances de bases en analyse numérique (matricielle et approximation des EDO), connaissance d'un langage de programmation, connaissances de base en approximation des EDP souhaitées.

Thèmes abordés : problèmes variationnels, analyse numérique des EDP, métho des de discrétisation (différences finies, éléments finis, volumes finis), maillages ; méthodes d'optimisation (sans et avec contraintes). Langages de programmation et logiciels pour la simulation numérique (C, C++, Matlab), algorithmique, calcul parallèle, différentiation automatique. Une importance particulière est accordée aux séances de travaux pratiques et aux projets informatiques (projet d'optimisation avec Matlab ; C, C++, MPI). Résolution d'EDP par des méthodes de type éléments finis, résolution de systèmes linéaires ou de problèmes de valeurs propres, visualisation graphique (OpenGL/GLUT). Utilisation de "bibliothèques" de calcul scientifique disponibles sur internet. Installation et utilisation de certains logiciels du domaine public (ARPACK, UMFPACK, SuperLU, ...), sous Unix.

Unités spécifiques à IFMA

- **5MI04 - Ingénierie 2 : Finance 1**
  - **marchés complets**
    Professeur : Lokmane Abbas-Turki
    Thèmes abordés : Marchés financiers et valuation d'options en marchés complets. Introduction à la couverture de produits dérivés et à la gestion de portefeuille en marchés complets dans les modèles de diffusions browniennes, modèle de Black-Scholes généralisé, lien avec les EDP, modèles de taux.
  - **marchés incomplets**
    Professeur : Emmanuel Schertzer
    Thèmes abordés : Finance avancée : gestion du risque et marchés incomplets : Modèles de la courbe des taux, modèles de volatilité locale, modèles de volatilité stochastique, options exotiques, risque de défaut, modèles de crédit, marchés incomplet.
- **5MI06 Spécialisation 2 :Finance 2**
  Actuellement composée de 5 cours assurés par des intervenants extérieurs

— **Interprétation du smile en terme de risk**
Professeur : Didier Faivre (Calyon)
mel : didier.faivre@calyon.com
Objectifs : Pratique de l'évaluation de produits de taux avancée
Prérequis : Modèles de taux, calcul stochastique, finance mathématique
Thèmes abordés : CMS, nappe de volatilité, smile, mesures de risque.

— **Options de change**
Professeur : Adrien Bourgerie (Analyste - Thomson Reuters)

— **Modèles de taux**
Professeur : R. Guillemot (Natixis)

— **Gestion de Portefeuille**
Professeur : Simon Mauffrey (Phitrust Active Investors)
Thèmes abordés :
- Classes d'actifs et styles de gestion
- Indicateurs de risques
- Mesures de performance : VaR, CVar
- Allocation de Markowitz, constructions de portefeuilles diversifiés
- Stratégies d'investissement : Buy-and-Hold, Constant-Mix, Trend Following / Mean reverting

— **Commodities et Energy derivatives**
Professeur : Olivier Bardou (Analyste Gdf-Suez et LPSM)
mel : olivier.bardou@gdfsuez.com
Objectifs : Comprendre quels fondamentaux économiques influencent l'évolution des marchés des matières premières, notamment les énergies. Identifier les risques de marchés auxquels doivent faire face les acteurs. Apprendre à construire des modèles de prix pertinents pour la gestion des risques de marché. Mettre en oeuvre des méthodes de pricing pour les actifs physiques et financiers.
Prérequis : Les étudiants doivent avoir suivi un cours de processus aléatoires et de mathématiques financières. Ils doivent connaître les principes de la valorisation et de la couverture dans le modèle de Black-Scholes. Des notions de contrôle stochastique sont un plus.
Thèmes abordés :
- Présentation des marchés des matières premières, en particulier des marchés des énergies
- Modèles de diffusion pour la dynamique des prix spot et à terme des énergies
- Outils de contrôle des risques (typologie des risques, mesures de risque)
- Valorisation des produits dérivés financiers sur sous-jacent énergie (options d'échange notamment)
- Valorisation des actifs physiques (actifs de production d'électricité, contrats d'approvisionnement, stockages)
- Similarités et différences entre les marchés des matières premières et les marchés monétaires

— **5MI04 - Ingénierie 2 : Projet Monte-Carlo**
Professeur : Vincent Lemaire
Thèmes abordés : Méthodes de Monte-Carlo pour l'évaluation des produits dérivés et la gestion des risques. Discrétisation de processus de diffusion, approximation de pay-offs complexes, calcul de sensibilités, calcul de mesure de risque (VaR, CVar, etc.). Techniques récentes en probabilités numériques : nested Monte Carlo et multilevel Monte Carlo.

Unités spécifiques à ISDS

— **5MI02 - Méthodes mathématiques pour la modélisation : Contrôle qualité**
Professeur : Mitra Foularidad (UTT)
Thèmes abordés :
- Rappel de quelques notions de base en statistique
- Introduction des outils de Contrôle Statistique des procédés (histogramme et arbre d'événement, feuille de contrôle, diagramme de Pareto
- diagramme de causes et effets, diagramme de concentration des défauts,
- diagramme de dispersion, carte de contrôle, etc.)
- Définition des différentes cartes de contrôle et l'étude de leurs propriétés (les cartes R, S, p, np,c, etc.)
- Méthodes d'analyse séquentielle et détection de rupture
- Cartes de contrôle en présence de données corrélées.
- Méthodes d'échantillonnage pour le contrôle de qualité.

— **5MI04 - Ingénierie 2 : Robustesse et modèles**
Professeur : Michel Broniatowski

1. Modèles paramétriques et semi paramétriques
Critères statistiques, vraisemblance et divergences, risques empiriques
Vraisemblance empirique et méthodes associées
Exemples : copules, modèles de quantiles, modèles de risques extrêmes, etc
Sélection de modèles : cadre bayésien, cadre inférentiel
2. Inférence robuste
Fonctionnelles statistiques
Différentiabiité des fonctionnelles
Fonctions d'influence, sensibilité, outliers.
M-estimateurs, L-estimateurs, Rangs
Régression robuste
3. Eléments d'analyse de survie
Estimateurs de Kaplan Meier
Modèles de Cox univariés et multivariés, risques concurrents
Exposés (essais cliniques, etc)

— **5MI04 - Ingénierie 2 : Modèles à structure latente**
Professeurs : Jean-Patrick Baudry

1. Ré-échantillonnage
   Résultats limites , validité du bootstrap
   Bootstrap pondéré, méthodes empiriques
   Bootstrap paramétrique
2. Méthodes algorithmiques
   Apprentissage non supervisé, k-means, mélanges
   Algorithme EM, SEM
   Approche bayésienne : Gibbs sampler, Metropolis-Hastings

— **5MI06 - Spécialisation 2 : Statistiques industrielles**
  — **Plans d'expériences**
    Professeurs : Maeva Biret, Catherine Duveau, Ingénieures statisticiennes SAFRAN
    — Rappels d'analyse de la variance
    — Plans factoriels multiples
    — Plans latin, gréco-latin
    — Applications industrielles
  — **Pratique de la fiabilité**
    Professeur : Emmanuel Rémy, chercheur expert, EDF R&D, Département "Performance, Risques Industriels, Surveillance pour la Maintenance et l'Exploitation"
    Contexte : assurer la sûreté et la performance des systèmes industriels et limiter leur impact sur l'environnement sont des enjeux majeurs pour tous les industriels, quel que soit le secteur d'activités (agroalimentaire, armement, aéronautique, automobile, chimie, énergie, ferroviaire, métallurgie, pharmaceutique. . .). De tels objectifs passent nécessairement par une évaluation précise de la fiabilité des équipements, c'est-à-dire leur aptitude à ne pas tomber en panne. Les méthodes probabilistes et statistiques sont des outils bien adaptés pour quantifier les risques de défaillance. En fonction des connaissances disponibles, différentes approches sont envisageables : fréquentistes pour traiter les données de retour d'expérience d'exploitation et de maintenance des matériels, bayésiennes pour tirer profit de dires de spécialistes métier, ou structurelles pour manipuler les résultats de calculs de modèles ou de codes de simulation numérique de phénomènes physiques. Le cours a pour ambition de présenter les techniques de base utilisées dans les trois types d'approches, en adoptant une orientation délibérément applicative : ainsi, de multiples exemples d'études issus des centrales de production d'électricité d'EDF illustrent l'intervention. À noter qu'un grand nombre des méthodes présentées dans le cours sont appliquées dans d'autres domaines pour d'autres finalités, comme l'actuariat ou l'épidémiologie.
    Objectifs : acquérir les concepts et les méthodes probabilistes et statistiques de base pour l'évaluation de la fiabilité des matériels industriels
    Moyens :
    — Cours magistral
    — Exercices en cours (et facultatifs entre chaque séance)

  — Cas d'étude EDF pour illustration
  — Outils logiciels
  — Références bibliographiques

  Prérequis : cours
  — Mesure, intégration, probabilités
  — Optimisation
  — Modélisation stochastique
  — Statistique inférentielle
  — Modèles à structure latente

  Structure : 4 parties
  — Concepts élémentaires (~3 heures)
  — Fiabilité fréquentiste (~9 heures)
  — Fiabilité bayésienne (~5 heures)
  — Fiabilité structurelle (~6 heures)

  Validation des acquis : réalisation d'un projet d'étude avec soutenance

— **5MI06 - Spécialisation 2 : Science des données**
  Professeur : J . F. Marcotorchino, Ex Directeur Scientifique IBM France, Ex Directeur Scientifique THALES
  Objectifs : Big Data & BigAnalytics : Mathématiques de l'I.A. , de la linéarisation statistique et du passage à l'échelle.
  — Les paradigmes du « Big Data Analytics » et de l'I.A. : Les raisons de la convergence actuelle entre Big Analytics et I.A. Différences fondamentales entre approches exhaustives (Big Data Réel) vs approches par sampling (Smart Data)
  — Descriptif méthodologique des approches les plus utilisées dans la pratique réelle du « Big Analytics » et de l'IA Industriels (exemples concrets)
  — Modèles relationnels et structures relationnelles
  — Représentation linéaires des principales relations typées
  — La modélisation relationnelle linéaire générale
  — Conclusion du cours par la comparaison et le couplage des approches de type neural nets (Deep Learning, cartes de Kohonen), et celles d'optimisation relationnelle.

6.6 Responsables et sites

Responsable du parcours : Marie Postel
 http://www.ljll.math.upmc.fr/IngMath/
Responsables des majeures :
- majeure IMPE : Cindy Guichard et Marie Postel
 http://www.ljll.math.upmc.fr/MPE/
- majeure IFMA : Vincent Lemaire et Lokmane Abbas-Turki
 http://www.proba.jussieu.fr/IFMA/
- majeure ISDS : Michel Broniatowski
 Site web ISDS/ISUP

Secrétariat : Francelise Hardoyal
francelise.hardoyal@sorbonne-universite.fr
Campus Jussieu, 15-25, 1er étage, bureau 1.07 - tél. : 01 44 27 51 14
Responsable pédagogique pour les apprentis : Nathalie Obert-Ben Taieb
nobert@cfa-sciences.fr
Secrétariat CFA des Sciences, Tel 01 44 27 71 40

Chapitre 7

Master 2, Parcours Statistique

7.1 Objectifs et description

Le parcours Statistique du Master vise à former des statisticien(ne)s par le biais d'une préparation :

— théorique, au travers d'un enseignement adapté constitué à la fois de cours, travaux dirigés, travaux pratiques et projets ;
— appliquée, dans le cadre d'un stage de 6 mois au sein d'une entreprise ou d'un laboratoire.

Le parcours Statistique s'appuie sur le Laboratoire de Probabilités, Statistique et Modélisation (LPSM), qui constitue son laboratoire d'accueil. Plusieurs autres laboratoires, institutions ou entreprises collaborent étroitement avec la spécialité Statistique, notamment par l'accueil d'étudiant(e)s stagiaires.

7.2 Débouchés professionnels

La spécialité Statistique débouche principalement sur trois types de parcours :

— emplois en entreprise faisant appel à des statisticien(ne)s ;
— thèses CIFRE (Conventions Industrielles de Formation par la REcherche) ;
— thèses académiques : Universités, INRIA, Ecoles d'ingénieurs, etc.

Dans cette optique, le souci de l'équipe pédagogique est d'assurer à la fois des débouchés immédiats pour les étudiant(e)s limitant strictement leur scolarité au Master, et des débouchés à plus long terme pour celles et ceux qui prévoient de poursuivre en thèse.

Comme en témoigne le vaste choix de cours proposés, le parcours Statistique dispense une formation adaptée au caractère spécifique de cette discipline, qui nécessite la double expérience du traitement de données et la maîtrise des outils mathématiques correspondants.

7.3 Organisation

Chaque étudiant(e) concourt pour 60 ECTS annuels qui se décomposent en :
- 12 ECTS pour l'UE de **Mise à Niveau**, au premier semestre ;
- 18 ECTS pour l'UE de **Cours Fondamentaux**, au premier semestre ;
- 12 ECTS pour l'UE de **Spécialisation**, au second semestre ;
- 18 ECTS pour l'UE de **Stage**, en entreprise ou en milieu académique, d'avril à septembre.

Pour l'UE de **Spécialisation**, les étudiant(e)s doivent sélectionner (au moins) 4 cours parmi les enseignements proposés.

Les examens ont lieu à l'issue de chaque UE. Des rattrapages sont organisés au mois de juin pour les étudiant(e)s n'ayant pas obtenu de notes suffisantes à la première session. Il n'y a pas de compensation entre les semestres.

7.4 Publics visés, prérequis

L'admission au sein du parcours Statistique s'effectue après examen du dossier de candidature par une commission spécifique. Le parcours s'adresse :
- aux étudiant(e)s issu(e)s du M1 de Mathématiques et Applications de Sorbonne Université ayant validé les ECTS de première année du Master ;
- aux étudiant(e)s issu(e)s de formations de niveau jugé équivalent.

Des notes suffisantes, voire une mention, sont requises dans les matières suivantes : statistique, probabilités et informatique (connaissance d'au moins un langage de programmation, expérience des logiciels, etc.). Des bases solides en algèbre linéaire et en analyse sont également exigées.

7.5 Description des UE

7.5.1 UE de Mise à Niveau

L'UE de Mise à Niveau (MU5MAS01) a lieu au premier semestre et totalise 12 ECTS.

Cours 1 : Statistique mathématique et Outils d'optimisation

Responsables : C. Boyer et A. Godichon-Baggioni
Contacts : claire.boyer@upmc.fr et antoine.godichon_baggioni@upmc.fr
url : `http://www.lpsm.paris/pageperso/boyer/`
url : `http://www.http://godichon.perso.math.cnrs.fr/`

Objectif : réviser les notions de statistique mathématique d'une part, introduire les outils de base de l'optimisation d'autre part.

Prérequis : notions fondamentales de probabilités et statistique, bases d'analyse et d'algèbre linéaire.

Thèmes abordés :

1. Rappels de probabilités

2. Méthodologie statistique : estimation, intervalles de confiance et tests
3. Modèle linéaire, vecteurs gaussiens, modèle linéaire gaussien
4. Rappels de calcul différentiel et d'algèbre matricielle
5. Minimisation de fonctions convexes via la dualité Lagrangienne
6. Introduction è l'analyse convexe : sous-gradient, dualité de Fenchel-Legendre
7. Descente de gradient, de sous-gradient, et gradient stochastique

Cours 2 : Logiciels R et Python

Responsables : M. Sangnier et M. Thomas
Contacts : maxime.sangnier@upmc.fr et maud.thomas@upmc.fr
url : http://www.lpsm.paris/pageperso/sangnier/
url : https://sites.google.com/site/maudthomaspro/

Objectif : illustrer quelques notions classiques de statistique via R et Python.

Prérequis : notions fondamentales de probabilités et statistique.

Thèmes abordés :

1. Prise en main de R et Python
2. Jeux de données : étude descriptive et représentations
3. Intervalles de confiance et tests
4. Régression linéaire, analyse de la variance, régression logistique

Cours 3 : Introduction à l'apprentissage automatique

Responsable : M. Sangnier
Contact : maxime.sangnier@sorbonne-universite.fr
url : http://www.lpsm.paris/pageperso/sangnier/

Objectif : ce cours introduit les principales méthodes de prédiction (classification et régression), de partitionnement et de réduction de dimension. Il présente l'apprentissage statistique d'un point de vue algorithmique et sera illustré par des travaux pratiques (en Python) ainsi que par un challenge en science des données.

Prérequis : notions fondamentales de probabilités et statistique, analyse convexe, algèbre linéaire, calcul scientifique en Python.

Thèmes abordés :

1. Analyse discriminante, régression logistique, machines à vecteurs supports.
2. k-plus proches voisins, arbres de décision et méthodes ensemblistes (forêts et boosting).
3. Modèle de mélange et algorithme EM, k-moyennes, partitionnement spectral et hiérarchique.
4. Analyse en composantes principales, projections aléatoires et positionnement multidimensionnel.

7.5.2 UE de Cours Fondamentaux

L'UE de Cours Fondamentaux (MU5MAS02) a lieu au premier semestre et totalise 18 ECTS.

Cours 1 : Apprentissage statistique
Responsable : G. Biau
Contact : gerard.biau@upmc.fr
url : http://www.lsta.upmc.fr/biau.html
Objectif : présenter les grands principes de l'apprentissage statistique et les problématiques liées.
Prérequis : notions fondamentales de probabilités et statistique.
Thèmes abordés :

1. Introduction au problème de la classification supervisée
2. Principe de minimisation du risque empirique, théorie de Vapnik-Chervonenkis
3. Bornes de performance, pertes convexes, sélection de modèle
4. Classification non paramétrique, théorème de Stone, plus proches voisins, arbres
5. Classification par réseaux neuronaux
6. Quantification et clustering

Cours 2 : Modèle linéaire et grande dimension
Responsable : E. Roquain
Contact : etienne.roquain@upmc.fr
url : http://etienne.roquain.free.fr/
Objectif : Rappels et compléments sur le modèle linéaire. Seuillage. Hypothèse de parcimonie. Sélection de modèles. Sélection ridge et LASSO. Régression logistique, régression Poisson, modèle linéaire généralisé. Validation croisée. Détection. Tests multiples. Randomization.
Prérequis : notions fondamentales de probabilités et statistique, logiciel R.
Thèmes abordés :

1. Estimation dans le modèle de bruit blanc gaussien
2. Estimation dans le modèle linéaire gaussien de grande dimension
3. Modèles linéaires généralisés
4. Détection et tests multiples
5. Régions de confiance après sélection

Cours 3 : Estimation non-paramétrique
Responsables : I. Castillo et C. Dion
Contacts : ismael.castillo@upmc.fr et charlotte.dion@upmc.fr
url : http://www.lpsm.paris/pageperso/castillo/
url : https://sites.google.com/site/charlottedionb1/home

Objectif : présenter des méthodes classiques d'estimation non-paramétrique, étudier le comportement des estimateurs introduits pour différents risques, introduire l'optimalité des vitesses de convergence au sens minimax. Les notions introduites seront illustrées dans des exemples de modèles statistiques très utilisés en pratique : estimation de densité, régression non-paramétrique, signal en bruit blanc gaussien, modèles de graphes aléatoires.

Prérequis : notions fondamentales de probabilités, bases de statistique, estimation paramétrique, bases d'analyse fonctionnelle (cas Hilbert au moins).

Thèmes abordés :

1. Estimation non-paramétrique de densité
2. Modèles de bruit blanc, de régression et de convolution
3. Sélection de paramètres
4. Introduction aux méthodes d'agrégation
5. Seuillage et estimateurs par ondelettes
6. Modèles de graphes aléatoires
7. Bornes inférieures de vitesses au sens minimax
8. Régions de confiance non-paramétriques

Cours 4 : Méthodes Monte-Carlo

Responsable : A. Guyader
Contact : arnaud.guyader@upmc.fr
url : http://www.lsta.upmc.fr/guyader.html

Objectif de l'UE : présenter les principales méthodes Monte-Carlo.

Prérequis : notions fondamentales de probabilités et statistique, logiciel R.

Thèmes abordés :

1. Rappels sur la simulation de variables aléatoires
2. Intégration Monte-Carlo
3. Monte-Carlo par Chaînes de Markov
4. Optimisation stochastique

7.5.3 UE de Spécialisation

L'UE de Spécialisation (MU5MAS03) a lieu au second semestre et totalise 12 ECTS. Les étudiant(e)s doivent sélectionner (au moins) 4 cours parmi les enseignements proposés ci-dessous.

Cours 1 : Compressed sensing, reconstruction et complétion de matrices

Responsable : C. Boyer
Contact : claire.boyer@upmc.fr
url : http://www.lpsm.paris/pageperso/boyer/

Objectif : l'objectif de ce cours est double : illustrer le traitement de données en grande dimension lorsque des données sont manquantes par le prisme de l'acquisition compressée et de la complétion de matrice ; acquérir les bases d'optimisation convexe. Ces deux thèmes, qui seront abordés de concert car intimement liés, ouvrent la voie à de nombreux autres domaines d'apprentissage statistique et aux problèmes rencontrés en science des données.

Prérequis : notions fondamentales de probabilités, statistique inférentielle et algèbre linéaire, calcul scientifique en Python.

Thèmes abordés :

1. Introduction à l'acquisition compressée et à la complétion de matrice
2. Outils d'analyse convexe
3. Parcimonie, relaxation convexe et algorithmes primaux
4. Conditions RIP pour l'acquisition compressée
5. Dualité et algorithmes duaux

Cours 2 : Inférence statistique de graphes

Responsable : A. Ben-Hamou

Contact : anna.ben-hamou@upmc.fr

url : http://www.lpsm.paris/dw/doku.php?id=users:benhamou:index

Objectif : donner des notions de base pour décrire un graphe, ainsi que les méthodes classiques d'échantillonnage sur un graphe, présenter les grands modèles de graphes aléatoires permettant de capturer certaines propriétés des réseaux réels, introduire aux méthodes d'inférence statistique sur les graphes. Seront en particulier développés deux grands problèmes d'inférence : la détection de communautés dans le modèle à blocs stochastique, et l'estimation de la racine dans des modèles de graphes dits croissants.

Prérequis : notions de base en probabilités et statistique.

Thèmes abordés :

1. Analyse descriptive de graphes
2. Echantillonnage sur graphes
3. Des réseaux réels à leur modélisation : les grands modèles de graphes aléatoires
4. Détection et reconstruction de communautés dans le modèle à blocs stochastique (algorithmes spectraux, propagation de messages)
5. Retrouver la racine dans des arbres croissants
6. Quelques problèmes de tests sur les graphes

Cours 3 : Gestion des données

Responsable : O. Schwander

Contact : olivier.schwander@lip6.fr

url : http://www-connex.lip6.fr/~schwander/en/

Objectif : apprendre à charger et manipuler des données réelles, déployer une chaîne de traitement, comprendre les problèmes posés par la manipulation de données à large échelle. Ces points sont des préliminaires essentiels à l'intégration de méthodes statistiques avancées dans des applications réelles.

Prérequis : connaissances basiques d'un langage de programmation.

Thèmes abordés :

1. Systèmes de gestion des bases de données (SQL, noSQL)
2. Business Intelligence (ETL, Data Warehouse, OLAP)
3. Extraction de données sur le web (services web, scraping)
4. Paradigme MapReduce pour le Big Data (Spark, SPARKQL)

Cours 4 : Machine learning pour données médicales
Responsable : N. Sokolovska
Contact : nataliya.sokolovska@upmc.fr
url : https://integromics.fr/~nsokolovska/

Objectif : Le but de ce cours est double : d'une part, découvrir les défis réels de la biologie fondamentale et de la médecine où l'apprentissage statistique est déjà utilisé avec succès ; d'autre part, acquérir les bases pour modéliser des données médicales complexes.

Prérequis : notions fondamentales de probabilités et statistique, algèbre linéaire, Python.

Thèmes abordés :

1. Médecine et apprentissage statistique
2. Clustering des données médicales : analyse exploratoire
3. Stratification efficace des individus (patients) pour le développement des méthodes de médecine personnalisée
4. Modèles interprétables
5. A la recherche de la causalité dans des données (drug effects, variables latentes)

Cours 5 : Optimisation convexe séquentielle et applications
Responsable : O. Wintenberger
Contact : olivier.wintenberger@upmc.fr
url : http://wintenberger.fr/

Objectif : L'objectif de ce cours est d'étudier la convergence de nombreux algorithmes séquentiels, d'abord dans un cadre déterministe puis aléatoire. Il sera démontré que l'apprentissage séquentiel fournit des solutions adaptatives et robustes à de nombreux problèmes d'optimisations convexes, avec ou sans contraintes. La convergence des algorithmes étudiés sera illustrée sous R dans le cadre de la classification des données MNIST.

Prérequis : Notions fondamentales de probabilités et statistique, calcul scientifique en R

Thèmes abordés :

1. Introduction à l'optimisation convexe dans un cadre séquentiel
2. Algorithmes du premier et du second ordre
3. Régularisation et algorithmes libres de projection

4. Problème du bandit
5. Apprentissage dans un cadre stochastique

Cours 6 : Processus empiriques
Responsable : P. Deheuvels
Contact : pd@ccr.jussieu.fr
url : http://www.lsta.upmc.fr/deheuvels.html
Objectif : introduire la théorie des processus empiriques en vue des applications statistiques.
Prérequis : notions fondamentales de probabilités et statistique.
Thèmes abordés :

1. Statistiques d'ordre et de rang
2. Outils probabilistes et statistiques de base
3. Principes d'invariance et lois limites fonctionnelles
4. Processus empiriques locaux
5. Processus empiriques spéciaux
6. Processus empiriques indexés par des fonctions ou des ensembles

Cours 7 : Statistique bayésienne non paramétrique
Responsable : I. Castillo
Contact : ismael.castillo@upmc.fr
url : http://www.lpma-paris.fr/pageperso/castillo/
Objectif : expliquer l'approche bayésienne non-paramétrique. Le paramètre d'intérêt est de dimension infinie et on étudie la loi a posteriori bayésienne correspondante sous l'angle de la convergence.
Prérequis : notions fondamentales de probabilités et statistique.
Thèmes abordés :

1. Loi a priori, loi a posteriori. Cadre général d'obtention de vitesses de convergence
2. Processus gaussiens, processus de Dirichlet, cascades multiplicatives
3. Forme limite de lois a posteriori : théorème de Bernstein-von Mises, cadres paramétrique et non-paramétrique

Cours 8 : Inférence géométrique
Responsable : E. Aamari
Contact : aamari@lpsm.paris
url : https://www.lpsm.paris/pageperso/aamari/
Objectif : Les données peuvent souvent être représentées par des nuages de points dans des espaces de grande dimension. En pratique, on constate que ces points ne sont pas distribués uniformément dans l'espace ambiant : ils se localisent à proximité de structures non-linéaires de plus petite dimension, comme des courbes ou des surfaces, qu'il est intéressant de comprendre. L'inférence géométrique, aussi appelée

analyse topologique de données, est un domaine récent consistant en l'étude des aspects statistiques associés à la géométrie des données. Ce cours a pour but de donner une introduction à ce sujet en pleine expansion.

Prérequis : notions fondamentales de probabilités et statistique, introduction aux statistiques bayésiennes, méthodes de Monte-Carlo, calcul scientifique en R. Toutes les notions nécessaires de géométrie et de topologie seront introduites ou rappelées au fil du cours.

Thèmes abordés :

1. Introduction et motivations
2. Estimation du support d'une densité
3. Reconstruction de compact
4. Distance à la mesure et inférence robuste
5. Estimation de l'homologie d'une sous-variété
6. Persistance topologique
7. Graphes de Reeb et algorithme Mapper

Cours 9 : Modélisation et statistique bayésienne computationnelle
Responsable : N. Bousquet
Contact : nicolas.bousquet@edf.fr
url : http://nbousque.free.fr/research.php.html

Objectif : présenter d'une part les principales méthodologies de modélisation bayésienne appliquées à des problèmes d'aide à la décision en univers risqué sur des variables scalaires et fonctionnelles, et d'autre part des méthodes avancées de calcul inférentiel permettant l'enrichissement de l'information utile, en fonction de l'emploi et de la nature des modèles.

Prérequis : notions fondamentales de probabilités et statistique, introduction aux statistiques bayésiennes, méthodes de Monte-Carlo, calcul scientifique en R.

Thèmes abordés :

1. Formalisation et résolution de problèmes d'aide à la décision en univers risqué, représentation probabiliste des incertitudes (Cox-Jaynes, de Finetti)
2. Maximum d'entropie, familles exponentielles, modélisation par données virtuelles
3. Règles d'invariance, de compatibilité et de cohérence pour les modèles bayésiens
4. Algorithmes de Gibbs via OpenBUGS, MCMC adaptatives, introduction aux chaînes de Markov cachées, méthodes de filtrage et approches likelihood-free (ABC)
5. Modélisation bayésienne fonctionnelle, processus gaussiens, calibration par expériences numériques, critères d'enrichissement bayésiens

Cours 10 : Séries temporelles
Responsable : F. Guilloux

Contact : frederic.guilloux@upmc.fr
url : http://www.lsta.upmc.fr/guillouxf.html

Objectif : apprendre à modéliser et à manipuler des données dont la structure est déterminée par les corrélations au cours du temps (données météorologiques, économiques, etc.).

Prérequis : notions fondamentales de probabilités, statistique et algèbre linéaire. Connaissance basique de R ou Python.

Thèmes abordés :

1. Stationnarité, structure de corrélation entre les variables
2. Prévision et illustration dans un cadre paramétrique (ARMA)
3. Analyse spectrale, tests, séries multidimensionnelles, modèles à espaces d'état

Cours 11 : Data science en pratique
Responsables : A. Llau et E. Scornet
Contacts : arthur.llau@safety-line.fr et erwan.scornet@polytechnique.edu
url : https://sites.google.com/site/arthurllau/home
url : https://erwanscornet.github.io/

Objectif : Présenter un ensemble de méthodes permettant à partir de données brutes de réaliser des modèles de machine learning avancés, à travers des exemples de type Kaggle.

Thèmes abordés :

1. Préparation des données et visualisation
2. Techniques de features engineering
3. Optimisation d'hyperparamètres
4. Sélection de modèles
5. Algorithmes de Machine Learning avancé
6. Méta-learning et agrégation de modèles
7. Introduction au deep learning (classification d'images, NLP, etc.)

Cours 12 : Séminaires de recherche
Responsable : C. Dion
Contact : charlotte.dion@upmc.fr
url : https://sites.google.com/site/charlottedionblanc/

Objectif : Le principe de ce séminaire est de présenter des thèmes de recherche actuels tout en les reliant aux cours dispensés tout au long du M2. Les orateurs invités introduisent leur thématique de manière générale avant de détailler un ou des points techniques spécifiques à ce domaine.

Exemples de thèmes abordés :

1. Données manquantes
2. Données fonctionnelles
3. Segmentation

4. Théorie des valeurs extrêmes
5. Modèles mixtes
6. Forêts aléatoires

7.5.4 UE de Stage

L'UE de Stage (MU5MAS04) totalise 18 ECTS. Celui-ci peut commencer dès la fin des cours, c'est-à-dire à partir du mois d'avril, et a une durée de 6 mois.

7.6 Responsables et site

Responsables : Arnaud Guyader (directeur) et Claire Boyer (directrice adjointe).
Contacts : arnaud.guyader@upmc.fr et claire.boyer@upmc.fr

Secrétariat : Louise Lamart
Contact : louise.lamart@upmc.fr
Tél : 01 44 27 85 62
Fax : 01 44 27 33 42.

Adresse : Sorbonne Université, 4 place Jussieu, Tour 15-25, 2ème étage, 75005 Paris.

Site : `http://lsta.lpma-paris.fr/`

Chapitre 8

Parcours Agrégation de Mathématiques

8.1 Objectifs

La préparation à l'agrégation de mathématiques a un triple objectif : consolider les connaissances acquises par les étudiants jusqu'en M1, en couvrant un large spectre des mathématiques ; préparer les étudiants à passer dans les conditions les plus favorables le concours de l'agrégation externe de mathématiques ; les former au métier d'enseignant, tant en lycée qu'en classes préparatoires.

Il s'agit d'une formation diplômante. Les étudiants qui ne sont pas déjà titulaires d'un M2, ou d'une équivalence, doivent pouvoir justifier d'un tel diplôme au moment des épreuves d'admissibilité. Le jury délibérera suffisamment tôt pour permettre la délivrance du Master de sciences et technologies, Mention Mathématiques et Applications, parcours Agrégation de Mathématiques, aux lauréats avant la publication de la liste d'admissibilité à l'agrégation. Nous recommandons à tous les étudiants qui le souhaitent de s'inscrire en Master 2.

8.2 Débouchés professionnels

Insertion professionnelle

Enseignement des mathématiques dans les lycées, classes préparatoires, premières années de l'enseignement supérieur.

Poursuite d'études

Doctorat : carrière de chercheur dans des entreprises ou de grands organismes de recherche, carrière universitaire d'enseignant-chercheur.

Chaque année, une centaine d'agrégés ont un report pour poursuite d'études. 75 % des enseignants en Classes Préparatoires sont docteurs en mathématiques.

8.3 Organisation

La préparation à l'agrégation de mathématiques se déroule en un an, en deuxième année du Master de Mathématiques. Elle comprend :

— une solide préparation aux épreuves d'écrit, couvrant l'essentiel du programme d'algèbre, de géométrie et d'analyse du concours ; ces cours sont complétés par des travaux dirigés et par des interrogations individuelles (colles) permettant de s'assurer que les notions essentielles ont été bien assimilées ;

— une préparation à l'oral, consistant d'une part en des cours ou leçons présentées par les enseignants, d'autre part en des leçons confiées aux étudiants, mais dont le plan est préparé en concertation avec les enseignants pour en améliorer la qualité ;

— une préparation aux options Probabilités et Statistiques (option A), Calcul Scientifique (option B), Algèbre et Calcul formel (option C), Informatique (option D), incluant des travaux pratiques sur ordinateur, et également des présentations de texte confiées aux étudiants. En début d'année universitaire, une initiation aux logiciels (Scilab pour les options A et B, Sage pour l'option C, Python pour l'option D) est organisée.

— l'organisation régulière d'épreuves écrites (concours blancs), et d'oraux blancs, permettant aux étudiants de se confronter aux conditions réelles du concours.

8.4 Publics visés, prérequis

La sélection des candidats admis à la préparation à l'agrégation se fait sur dossier. Une formation solide en mathématiques, du niveau de la première année de Master de mathématiques de l'UPMC ou d'un Capes de mathématiques est exigée.

Nous accueillons également des étudiants avec un profil plus atypique, que ce soit des Docteurs, ou des ingénieurs issus des grandes écoles, ou simplement des personnes qui souhaitent se reconvertir dans l'enseignement après une première expérience dans un autre domaine d'activité.

Choix des UE de Master 1

Le choix des Unités d'Enseignement en Master 1 dépend du projet de l'étudiant, suivant qu'il envisage ou pas la poursuite d'études après l'année de préparation du concours.

Il convient de suivre d'une part ses goûts et d'autre part d'éviter d'avoir des lacunes importantes dans un domaine particulier. Nous indiquons dans la liste des UE de Master 1, celles qui nous semblent particulièrement pertinentes.

Stage d'été

En 2019, du 8 au 13 juillet, nous organisons avec le service de la formation continue de l'UPMC, un stage d'une semaine à l'intention des étudiants qui ne sortent pas du cursus habituel : M1 ou M2 de mathématiques l'anné précédente. Il s'agit de revoir les notions essentielles de L2 de mathématiques, qui ne seront pas reprises pendant l'année de préparation ; de fournir des références bibliographiques permettant de combler les éventuelles lacunes pendant l'été.

Ce stage ne constitue en aucun cas un prélable à l'admission à la préparation à l'agrégation à l'UPMC. Il est ouvert également aux étudiants extérieurs à l'UPMC. La première édition de ce stage, en juillet 2016 a été suivie par plus de 50 participants et la seconde par plus d'une quarantaine.

Renseignements et inscription ici : Descriptif du stage, Fiche d'inscription.

Option D

La préparation à l'option D (informatique) a lieu, conjointement avec l'Université Denis Diderot (Paris 7) à partir de l'année 2017-2018. Les étudiants intéressés peuvent se signaler dès à présent. l'UE « algorithmique et complexité »peut être choisie en Master 1, et complétée éventuellement par une UE du Master d'Informatique de l'UPMC, dans le but de préparer cette option. En 2018, 100 % des candidats de l'option D ont été admis.

8.5 Liste et description des UE du parcours

INTITULÉ	SEM.	CODE	VOL.	ECTS
Préparation à l'écrit de Mathématiques Générales	1	5ME01	160h	15
Préparation à l'écrit d'Analyse et Probabilités	1	5ME02	160h	15
Préparation à l'oral I	2	5ME03	120h	9
Préparation à l'oral II	2	5ME04	120h	9
Préparation à l'oral d'option A, B, C	2	5ME05	120-140h	12
Préparation à la leçon d'Informatique D	2	5ME06	200h	9
Préparation à la modélisation option D	2	5ME07	140h	12
TOTAL			650-	60

Les cours sont communs à tous les étudiants, qu'ils soient dispensés ou non de la validation du M2. Ils couvrent la totalité du programme

Les cours représentent à peu près 650 heures par an. Huit concours blancs, des oraux blancs, des colles sont organisés. L'emploi de temps se trouve ici : `http://agreg.math.upmc.fr/calendrier.html`.

8.6 Déroulement du concours

Les épreuves écrites d'admissibilé se déroulent généralement à la fin du mois de mars et les épreuves orales d'admissibilité à la fin du mois de juin.

Les candidats intéressés sont invités à prendre connaissance des rapports du Jury de l'agrégation de Mathématiques, qui décrivent parfaitement les modalités du concours.

Le programme actualisé de l'agrégation de Mathématiques est disponible sur le site de l'Agrégation de Mathématiques.

Données

Nombre de places au concours, nombre de postes attribués, nombre d'étudiants de l'UPMC admissibles, nombre de candidats de l'UPMC admis. Les chiffres (+) indiquent les résultats pour le concours réservé aux candidats possédant un doctorat.

	Places	Postes	Admissibles	Admis
2009-2010	263	263	22	11
2010-2011	288	289	14	10
2011-2012	308	308	30	22
2012-2013	391	323	28	17
2013-2014	395	275	46	22
2014-2015	457	274	40	25
2015-2016	467	304	46	28
2016-2017	459(+15)	305(+10)	43	25
2017-2018	381(+16)	315(+10)	40(+2)	22
2018-2019	391(+16)		50(+1)	

8.7 Responsable et site

Responsable du parcours Préparation à l'agrégation :
Pierre-Vincent Koseleff (pierre-vincent.koseleff@upmc.fr)

Secrétariat, Couloir 14-15, bureau 202 - Tél : 01 44 27 53 38
Nicole Abrahamian (nicole.abrahamian@upmc.fr)

Site de la préparation à l'agrégation : http://agreg.math.upmc.fr/
Site du Master de mathématiques : http://www.master.math.upmc.fr

Chapitre 9

Apprentissage et Algorithmes

9.1 Objectifs et description

La spécialité Apprentissage et Algorithmes (M2A) du Master propose une double formation en mathématiques et en informatique, centrée sur la science des données et l'intelligence artificielle, avec un accent particulier sur l'apprentissage statistique et l'apprentissage profond. La formation dispensée est à la fois :

— théorique, au travers d'un enseignement constitué de cours, travaux dirigés, travaux pratiques et projets ;

— opérationnelle, grâce à un stage au second semestre, et par le contact direct avec des entreprises et des laboratoires proposant des problèmes concrets d'apprentissage automatique.

La spécialité M2A s'appuie principalement sur le Laboratoire de Probabilités, Statistique et Modélisation (LPSM), le Laboratoire Jacques-Louis Lions (LJLL) et le Laboratoire d'Informatique de Paris 6 (LIP6).

9.2 Débouchés professionnels

La spécialité M2A débouche sur trois types de parcours dans le domaine du traitement des données et de l'intelligence artificielle :

— analyse de données et développement de solutions logicielles innovantes en entreprise (data scientist) ;

— doctorat en statistique, apprentissage statistique ou apprentissage profond en milieu industriel (à travers une thèse au sein d'une entreprise en pointe dans le domaine) ou académique (à travers une thèse dans un laboratoire de recherche ou dans un organisme de recherche).

9.3 Publics visés, prérequis

L'admission au sein de la spécialité M2A s'effectue après examen du dossier de candidature par une commission pédagogique constituée des principaux responsables. La spécialité s'adresse à des étudiant(e)s extrêmement motivés, qui nourrissent l'ambition de rejoindre des entreprises en pointe dans le domaine du traitement des données et de l'intelligence artificielle (grands groupes ou jeunes entreprises innovantes) et/ou de poursuivre par un doctorat dans le domaine de la statistique, de l'apprentissage automatique ou de l'apprentissage profond.

Il est vivement recommandé aux étudiant(e)s intéressé(e)s de posséder une solide formation initiale en mathématiques générales, statistique et informatique (cursus universitaire ou écoles d'ingénieur), si possible validée avec mentions et éventuellement complétée par des MOOC.

9.4 Organisation

Chaque étudiant concourt pour 60 ECTS annuels qui se décomposent en :
- 30 ECTS pour 6 cours obligatoires (trois de mathématiques pour 12 ECTS et trois d'informatique pour 18 ECTS) au premier semestre (septembre à décembre) ;
- 12 ECTS pour 4 cours au choix au second semestre (janvier à avril) ;
- 18 ECTS pour un stage, encourageant au maximum l'interdisciplinarité, au second semestre (avril à septembre).

L'objectif du second semestre est de laisser chaque étudiant construire un parcours propre afin de préparer au mieux son projet professionnel.

Les examens ont lieu à l'issue de chaque cours. Des rattrapages sont organisés en juin pour les étudiants n'ayant pas obtenu de notes satisfaisantes à la première session. Il n'y a pas de compensation entre les semestres.

9.5 Description des UE

9.5.1 UE de mathématiques (MU5MAA01, 12 ECTS, 1er semestre)

Apprentissage statistique

Responsable : G. Biau
Contact : gerard.biau@upmc.fr (http://www.lsta.upmc.fr/biau.html)
Modalités : 30h CM
Objectif : ce cours présente les grands principes de l'apprentissage statistique et les problématiques liées.
Prérequis : notions fondamentales de probabilités et statistique.
Thèmes abordés :

1. Introduction au problème de la classification supervisée.
2. Principe de minimisation du risque empirique, théorie de Vapnik-Chervonenkis.
3. Bornes de performance, pertes convexes, sélection de modèle.
4. Classification non paramétrique, théorème de Stone, plus proches voisins, arbres.
5. Classification par réseaux neuronaux.
6. Quantification et clustering.

Introduction à l'apprentissage automatique

Responsable : M. Sangnier

Contact : maxime.sangnier@sorbonne-universite.fr (http://www.lpsm.paris/pageperso/sangnier/)

Modalités : 24h CM, 6h TP

Objectif : ce cours introduit les principales méthodes de prédiction (classification et régression), de partitionnement et de réduction de dimension. Il présente l'apprentissage statistique d'un point de vue algorithmique et sera illustré par des travaux pratiques (en Python) ainsi que par un challenge en science des données.

Prérequis : notions fondamentales de probabilités et statistique, analyse convexe, algèbre linéaire et calcul scientifique en Python.

Thèmes abordés :

1. Analyse discriminante, régression logistique, machines à vecteurs supports.
2. k-plus proches voisins, arbres de décision et méthodes ensemblistes (forêts et boosting).
3. Modèle de mélange et algorithme EM, k-moyennes, partitionnement spectral et hiérarchique.
4. Analyse en composantes principales, projections aléatoires et positionnement multidimensionnel.

Méthodes du premier ordre pour l'optimisation non convexe et non lisse

Responsable : P. Tan

Contact : pauline.tan@sorbonne-universite.fr (https://sites.google.com/view/paulinetan/accueil)

Modalités : 24h CM

Objectif : ce cours explore la vaste théorie de l'optimisation non convexe et non lisse, par le biais des méthodes dites du premier ordre. Une attention particulière sera accordée aux problématiques liées à l'optimisation sur données en grande dimension.

Prérequis : analyse réelle.

Thèmes abordés :

1. Fonction à valeurs sur la droite réelle étendue, sous-différentiabilité, condition d'optimalité du premier ordre
2. Méthodes de gradient (explicite, implicite), opérateur proximal, algorithme du point proximal
3. Dualité de Lagrange et de Fenchel, conditions de Karush, Kuhn et Tucker
4. Stratégies d'éclatement : *forward-backward splitting*, éclatement de Dykstra, méthode de Douglas-Rachford
5. Optimisation par blocs : minimisations alternées (*block coordinate descent*), descentes (proximales) alternées
6. Algorithmes primaux-duaux : méthode des directions alternées, algorithme de Chambolle-Pock
7. Ouverture : variantes inertielles, pré-conditionnement, distances de Bregman

9.5.2 UE d'informatique (MU5MAA02, 18 ECTS, 1er semestre)

Apprentissage automatique avancé et apprentissage profond

Responsable : P. Gallinari
Contact : patrick.gallinari@lip6.fr (http://www-connex.lip6.fr/~gallinar/gallinari/pmwiki.php)

Modalités : 28h CM, 28h TP

Objectif : ce cours dresse un panorama de l'apprentissage statistique aujourd'hui. Il aborde successivement les grandes problématiques du domaine et en présente les avancées majeures des dix dernières années, en les illustrant sur des grands champs applicatifs : traitement de données textuelles et multimédia, extraction d'information à partir de données collaboratives (médias sociaux), etc.

Prérequis : notions élémentaires d'apprentissage statistique et calcul scientifique en Python.

Thèmes abordés :

1. Théorie de l'apprentissage statistique, capacité de généralisation, dilemme biais-variance.
2. Apprentissage Supervisé : Classification, Réseaux de Neurones et Deep Learning, Machines à vecteurs de support, Méthodes à noyaux, Ranking, Problématique du passage à l'échelle.
3. Apprentissage non supervisé : Partitionnement, Modèles à variables latentes.
4. Autre paradigmes d'apprentissage : Apprentissage par renforcement, Apprentissage faiblement supervisé, Apprentissage semi-supervisé et transductif, Apprentissage actif, Transfer Learning
5. Méthodes d'ensembles : bagging, boosting.
6. Apprentissage et données structurées : Séquences et arbres, Graphes et données inter-dépendantes.

Apprentissage profond avancé et apprentissage par renforcement

Responsable : S. Lamprier
Contact : sylvain.lamprier@lip6.fr (https://www.lip6.fr/actualite/personnes-fiche.php?ident=P601)

Modalités : 28h CM, 28h TP

Objectif : ? ?.

Prérequis : notions élémentaires d'apprentissage statistique et calcul scientifique en Python.

Thèmes abordés :

1. Markov Decision Process.
2. Algorithmes de Bandits (bandits stochastiques, bandits contextuels).
3. Apprentissage par renforcement (TD-lambda, Q learning).
4. Apprentissage profond pour le renforcement (Deep Q learning, Policy gradient, Reinforce, Actor critic, DDPG, TRPO).
5. Apprentissage par imitation.
6. Modèles génératifs et adverses (GAN, VAE).

7. Apprentissage par renforcement inverse (apprentissage des fonctions de récompense).
8. Curriculum learning, reward shaping (apprentissage incrémental : de sous tâches plus simples vers la tâche finale).

Bases de données large échelle

Responsable : M.-A. Baazizi
Contact : mohamed-amine.baazizi@lip6.fr (http://www-bd.lip6.fr/wiki/site/enseignement/master/bdle/start)

Modalités : 26h CM, 30h TP

Objectif : ce cours présente les grands principes du traitement des données massives.

Prérequis : notions fondamentales de programmation, interrogation des données avec SQL, couche physique des systèmes de gestion de bases données.

Thèmes abordés :

1. Introduction à la programmation parallèle et fonctionnelle sur Scala.
2. Données multidimensionnelles et entrepôts de données.
3. Paradigme Map-Reduce : modèle de calcul et implantation dans Spark.
4. Evaluation des requêtes distribuées.
5. Paradigme BSP (Bulk Synchronous Programming) et application pour l'analyse des graphes.

9.5.3 UE de spécialisation (MU5MAA03, 12 ECTS, 2^{d} semestre)

Acquisition compressée, reconstruction et complétion de matrices

Responsable : C. Boyer
Contact : claire.boyer@upmc.fr (http://www.lpsm.paris/pageperso/boyer/)

Modalités : 24h CM, 6h TP

Objectif : l'objectif de ce cours est double : illustrer le traitement de données en grande dimension lorsque des données sont manquantes par le prisme de l'acquisition compressée et de la complétion de matrice ; acquérir les bases d'optimisation convexe. Ces deux thèmes, qui seront abordés de concert car intimement liés, ouvrent la voie à de nombreux autres domaines d'apprentissage statistique et aux problèmes rencontrés en science des données.

Prérequis : notions fondamentales de probabilités, statistique inférentielle et algèbre linéaire, calcul scientifique en Python.

Thèmes abordés :

1. Introduction à l'acquisition compressée et à la complétion de matrice.
2. Outils d'analyse convexe.
3. Parcimonie, relaxation convexe et algorithmes primaux.
4. Conditions RIP pour l'acquisition compressée.
5. Dualité et algorithmes duaux.

Algorithmes stochastiques et apprentissage

Responsable : G. Pagès

Contact : gilles.pages@upmc.fr (http://www.lpsm.paris/dw/doku.php?id=users:pages:index)

Modalités : 24 CM

Objectif : ce cours présent les principes mathématiques d'analyse des algorithme de gradient ou de psuedo-gradient stochastiques en apprentissage supervisé ou non supervisé.

Prérequis : notions fondamentales de probabilités à temps fixe et à temps discrets (martingales, chaîne de Markov).

Thèmes abordés :

1. Introduction à l'optimisation, algorithme de Newton-Raphson, descente de gradient.
2. Simulation versus data : un changement de paradigme.
3. Genèse d'un algorithmes stochastique : pourquoi et comment. Descente de Gradient stochastique (SGD).
4. Théorèmes de convergence : lemme de Robbins-Siegmund et application à la convergence p.s.
5. Autres modes de convergence, vitesse : principe de moyennisation de Ruppert & Pòliak.
6. Application aux réseaux de neurones : rétro-propagation du gradient, approximation universelle ;
7. Apprentissage non supervisé : des k-means à la quantification optimale.
8. Algorithme de Langevin Monte Carlo.
9. Accélération d'une descente de gradient : SAGA, etc.

Approximation et traitement de données en grande dimension

Responsable : A. Cohen

Contact : cohen@ann.jussieu.fr (https://www.ljll.math.upmc.fr/~cohen/)

Modalités : 30h CM

Objectif : reconstruire une fonction inconnue à partir de données ponctuelles, exacte ou bruitées, est un problème mathématique rencontré dans une multitude de contextes applicatif. On peut citer l'interpolation ou l'apprentissage statistique à partir de données expérimentales, la mise au point de surfaces de réponses issues de codes numériques ou d'équations aux dérivées partielles. Ces tâches deviennent particulièrement délicates en grande dimension, les méthodes numériques classiques étant souvent mises en échec. Ce cours explorera les fondements mathématiques de ce problème aussi bien sous l'angle de la théorie de l'approximation, que de l'analyse numérique et des statistiques. Des développement récents permettant de traiter certains problèmes en grande dimension seront abordés.

Prérequis : notions fondamentales d'analyse fonctionnelle.

Thèmes abordés :

1. Théorie de l'approximation linéaire et non-linéaire.
2. Epaisseurs et entropies de Kolmogorov.
3. Interpolation, régression et méthodes de moindres carrés.

4. Approximation parcimonieuse en grande dimension.
5. EDP paramétriques et bases réduites.

Inférence statistique de graphes

Responsable : A. Ben-Hamou
Contact : anna.ben-hamou@upmc.fr (http://www.lpsm.paris/dw/doku.php?id=users:benhamou:index)
Modalités : 30h CM
Objectif : donner des notions de base pour décrire un graphe, ainsi que les méthodes classiques d'échantillonnage sur un graphe, présenter les grands modèles de graphes aléatoires permettant de capturer certaines propriétés des réseaux réels, introduire aux méthodes d'inférence statistique sur les graphes. Seront en particulier développés deux grands problèmes d'inférence : la détection de communautés dans le modèle à blocs stochastique, et l'estimation de la racine dans des modèles de graphes dits croissants.
Prérequis : notions de base en probabilités et statistique.
Thèmes abordés :

1. Analyse descriptive de graphes.
2. Echantillonnage sur graphes.
3. Des réseaux réels à leur modélisation : les grands modèles de graphes aléatoires
4. Détection et reconstruction de communautés dans le modèle à blocs stochastique (algorithmes spectraux, propagation de messages).
5. Retrouver la racine dans des arbres croissants.
6. Quelques problèmes de tests sur les graphes.

Machine learning pour données médicales

Responsable : N. Sokolovska
Contact : nataliya.sokolovska@upmc.fr (https://integromics.fr/~nsokolovska/)
Modalités : 30h CM
Objectif : le but de ce cours est double : d'une part, découvrir les défis réels de la biologie fondamentale et de la médecine où l'apprentissage statistique est déjà utilisé avec succès ; d'autre part, acquérir les bases pour modéliser des données médicales complexes.
Prérequis : notions fondamentales de probabilités et statistique, algèbre linéaire, Python.
Thèmes abordés :

1. Médecine et apprentissage statistique.
2. Clustering des données médicales : analyse exploratoire.
3. Stratification efficace des individus (patients) pour le développement des méthodes de médecine personnalisée.
4. Modèles interprétables.
5. A la recherche de la causalité dans des données (drug effects, variables latentes).

Modélisation et statistique bayésienne computationnelle

Responsable : N. Bousquet
Contact : nicolas.bousquet@edf.fr (http://nbousque.free.fr/research.php.html)

Modalités : 30h CM

Objectif : présenter d'une part les principales méthodologies de modélisation bayésienne appliquées à des problèmes d'aide à la décision en univers risqué sur des variables scalaires et fonctionnelles, et d'autre part des méthodes avancées de calcul inférentiel permettant l'enrichissement de l'information utile, en fonction de l'emploi et de la nature des modèles.

Prérequis : notions fondamentales de probabilités et statistique, introduction aux statistiques bayésiennes, méthodes de Monte-Carlo, calcul scientifique en R.

Thèmes abordés :

1. Formalisation et résolution de problèmes d'aide à la décision en univers risqué, représentation probabiliste des incertitudes (Cox-Jaynes, de Finetti).
2. Maximum d'entropie, familles exponentielles, modélisation par données virtuelles.
3. Règles d'invariance, de compatibilité et de cohérence pour les modèles bayésiens.
4. Algorithmes de Gibbs via OpenBUGS, MCMC adaptatives, introduction aux chaînes de Markov cachées, méthodes de filtrage et approches likelihood-free (ABC).
5. Modélisation bayésienne fonctionnelle, processus gaussiens, calibration par expériences numériques, critères d'enrichissement bayésiens.

Optimisation convexe séquentielle et applications

Responsable : O. Wintenberger
Contact : olivier.wintenberger@upmc.fr (http://wintenberger.fr/)

Modalités : 30h CM

Objectif : l'objectif de ce cours est d'étudier la convergence de nombreux algorithmes séquentiels, d'abord dans un cadre déterministe puis aléatoire. Il sera démontré que l'apprentissage séquentiel fournit des solutions adaptatives et robustes à de nombreux problèmes d'optimisations convexes, avec ou sans contraintes. La convergence des algorithmes étudiés sera illustrée sous R dans le cadre de la classification des données MNIST.

Prérequis : Notions fondamentales de probabilités et statistique, calcul scientifique en R.

Thèmes abordés :

1. Introduction à l'optimisation convexe dans un cadre séquentiel.
2. Algorithmes du premier et du second ordre.
3. Régularisation et algorithmes libres de projection.
4. Problème du bandit.
5. Apprentissage dans un cadre stochastique.

Programmation parallèle à grande échelle sur GPU pour les grandes masses de données

Responsable : L. Abbas Turki
Contact : lokmane.abbas_turki@upmc.fr (https://www.lpsm.paris/pageperso/abbasturki/)

Modalités : 15h CM

Objectif : ce cours introduit la programmation CUDA et présente des éléments d'optimisation mémoire et algorithmique pour le calcul massivement parallèle sur cartes graphiques.

Prérequis : notions fondamentales de probabilités et programmation C.

Thèmes abordés :

1. Le streaming multiprocessor et son interprétation en termes de blocks et de threads.
2. L'utilisation de la mémoire globale, shared, registres et constante pour une simulation Monte Carlo.
3. Locked, mapped memory & concurrency.
4. Batch computing et applications : tri fusion, algèbre linéaire, EDP.
5. Utilisation GPU pour un problème de deep learning.

Projet logiciel

Responsable : S. Lamprier
Contact : sylvain.lamprier@lip6.fr (https://www.lip6.fr/actualite/personnes-fiche.php?ident=P601)

Modalités : 6h CM, projet personnel (le cours **Programmation parallèle à grande échelle sur GPU pour les grandes masses de données** doit être pris en complément)

Objectif : le but est de former les étudiants à réaliser un projet, seul ou en binôme de bout en bout, de l'analyse du sujet au dév.eloppement logiciel ainsi qu'à l'expérimentation du travail réalisé. Les projets proposés tournent autour de la mise en application de résultats de recherche obtenus dans le département et sont renouvelés chaque année. Ils sont encadrés par des enseignants de la spécialité. La qualité technique des réalisations et leur opérabilité sont des points déterminants, un des objectifs est de mettre en ligne les meilleures réalisations pour en faire une vitrine des activités de la recherche liées à la spécialité. Le travail réalisé fait l'objet d'une présentation orale en fin de période.

Recherche d'information et traitement automatique du language naturel

Responsable : L. Soulier
Contact : laure.soulier@lip6.fr (https://mlia.lip6.fr/soulier/)

Modalités : 20h CM, 40h TP

Objectif : ce cours présente les grands problématiques posées autour du traitement de texte, et plus particulièrement pour la recherche d'information et le traitement automatique du langage. L'objectif de ce cours est donc de présenter et manipuler les principaux modèles pour analyser, synthétiser, exploiter/interroger et produire des documents.

Prérequis : programmation Python.
Thèmes abordés :

1. Recherche d'information.
   — Indexer et interroger une collection de documents.
   — Développer un moteur de recherche.
   — Évaluer un moteur de recherche.
   — Découvrir les avancées récentes dans le domaine sous l'angle du deep learning.
2. Traitement automatique du langage naturel.
   — Appréhender les modèles de classification et de fouille de texte (détection de sentiments).
   — Identifier la sémantique des éléments du texte (extraction de thèmes, représentations latentes et contextuelles).
   — Enrichir les texte grâce aux bases de connaissances.
   — Découvrir les avancées récentes dans le domaine sous l'angle du deep learning.

9.5.4 UE de stage (MU5MAA04, 18 ECTS, 2$^{\text{d}}$ semestre)

Le stage, encourageant au maximum l'interdisciplinarité, peut commencer dès la fin des cours, c'est-à-dire à partir du mois d'avril, et a une durée de 6 mois. L'évaluation est réalisée sur la base d'un rapport et d'une soutenance.

9.6 Responsables et site

Responsables : G. Biau (Professeur à Sorbonne Université), Patrick Gallinari (Professeur à Sorbonne Université), Maxime Sangnier (Maître de conférences à Sorbonne Université)
Contacts : gerard.biau@upmc.fr
patrick.gallinari@lip6.fr
maxime.sangnier@sorbonne-universite.fr
Secrétariat : Laurence Dreyfuss
Contact : laurence.dreyfuss@upmc.fr
Tél : 01 44 27 85 45
Adresse :
Sorbonne Université
Campus Pierre et Marie Curie
Tour 15-25, premier étage, bureau 109
Case courrier 202
4 place Jussieu
75005 Paris
Site : http://m2a.lip6.fr/

$<$

Chapitre 10

Mobilité Internationale

10.1 Objectifs et descriptions

les débouchés professionnels sont accrus pour les étudiants se présentant avec une première expérience internationale durant leur cursus universitaire. Les entreprises ont souvent des contacts internationaux et cherchent à benéficier de l'expérience internationale des étudiants qu'elles prévoient d'employer. Par ailleurs, dans l'éducation nationale, enseigner en classe européenne est une tâche gratifiante et enrichissante. Quant à la recherche en mathématiques, elle s'appuie sur des collaborations internationales depuis fort longtemps. Pour les étudiants de Master il s'agit aussi d'enrichir leur cursus d'une expérience culturelle différente, de découvrir d'autres systèmes d'enseignement, d'autres visions des mathématiques ou bien d'autres sujets.

Le système LMD, grâce à l'introduction des ECTS et des semestres, a permis de structurer les échanges internationaux qui sont maintenant simples à organiser et s'appuient sur un offre variée. Sorbonne Université a par ailleurs mis en place une politique volontariste pour conseiller et accompagner les étudiants dans leur démarche de mobilité (`http://sciences.sorbonne-universite.fr/fr/international/mobilites_internationales.html`). Ce site est le premier à consulter pour organiser sa mobilité.

10.2 Les programmes Erasmus

Sorbonne Université dispose d'un réseau très dense d'accords Erasmus qui couvre la plupart des pays d'Europe. Les échanges sont particulièrement actifs avec l'Allemagne (Bonn, Berlin, Münich...), l'Espagne, la Grande-Bretagne, l'Italie. Cette liste n'est pas limitative et le coordinateur pédagogique Sidi Mahmound Kaber aidera les étudiants dans leur choix d'une université d'accueil, en fonction de ses motivations et son programme d'étude. Pour en savoir plus consulter `http://sciences.sorbonne-universite.fr/fr/international/mobilites_internationales/mobilite_d_etudes/europe_avec_erasmus.html`.

10.3 Les doubles dîplomes

10.3.1 Politecnico di Milano

Le Master propose un cursus de double diplôme avec L'école d'ingénieurs "Politecnico di Milano"(PoliMi), à l'issu duquel les étudiants obtiennent les diplômes des deux établissements. Les étudiants admis suivent pendant la première année le programme de "Mathematical Engineering, study plan Laureat Magistrale -MSc-orientation in Computational Science and Engineering" à Milan. Ils continuent leurs études en seconde année à Paris au sein de Sorbonne Université. Comme la première année s'effectue en M1 à Milan, les étudiants retenus sont sélectionnés avant la fin juin, pour permettre leur inscription au PoliMI.

10.3.2 Shanghai Jiao Tong University

Un accord similaire existe avec la Shanghai Jiao Tong University à Shanghai. Les étudiants étudie la première année à Sorbonne Université, la deuxiènne année se déroule à Shanghai. Cet accord est spécifique au parcours Mathématiques de la modélisation.

10.4 Autres accords

L'UPMC propose également des accords avec de nombreuses universités en dehors du périmètre européen. On notera l'Amérique du Nord avec les accords MICEFA et TASSEP qui couvrent de nombreuses destinations. Des accords bilatéraux sont aussi signés avec diverses université d'Amérique du Sud et du Nord, par exemple The University of Chicago et Brown University aux niveaux L3 et M. Pour en savoir plus http://sciences.sorbonne-universite.fr/fr/international/mobilites_internationales/mobilite_d_etudes/etats_unis.html. En Asie on notera des accords d'échanges avec Singapour, Taiwan, Shanghai. Un accord avec l'IMPA à Rio de Janeiro, spécifique aux mathématiques, concerne l'ensemble des mathématiques

voir http://math.sjtu.edu.cn/index.shtm

10.5 Cours de la 'University of Chicago' à Paris

L'université de Chicago organise chaque année, dans ses locaux à Paris 13ème, des cours intensifs de trois semaines chacun (les étudiants ont 3 heures de cours chaque matin, 4 jours par semaine soit 36 heures par cours).

Dans le cadre de l'accord UPMC/Université de Chicago, ces cours en anglais sont susceptibles d'être ouverts aux étudiants du master, en nombre très limité. Ils sont ouverts dans les conditions habituelles de la mobilité sur Chicago (sélection sur dossier, niveau de langue, conditions de validation spécifiques). Ces cours peuvent être validés pour 6 ECTS lors de la seconde session du S2, fin juin, à raison d'un seul cours par étudiant.

10.6 Responsables et sites

• Responsable pédagogique de la mobilité : Sidi-Mahmoud Kaber

• *PoliMI* Accord spécifique avec le Politecnico dI Milano
Responsable : benoit.perthame@sorbonne-universite.fr

• *SJTU* Accord spécifique avec la Shanghai Jiao Tong University
Responsable : benoit.perthame@sorbonne-universite.fr

Chapitre 11

Renseignements administratifs

11.1 Scolarité

Responsable administrative du master	**Faouzia BESSEDDIK** Tour 14-15 2ème étage bureau 209	faouzia.besseddik@sorbonne-universite.fr
Inscriptions administrative M1 et M2	**Amina HAMADI** tour 14-15, 2ème étage bureau 203	amina.hamadi@sorbonne-universite.fr
Inscriptions pédagogiques M1	**Mathilde BESNARD** tour 14-15, 2ème étage bureau 205	mathilde.besnard@sorbonne-universite.fr
Télé-Science 6 Formations ouvertes à distance	**Bruno DEHAINAULT** tour 14-15, 2ème étage bureau 210	bruno.dehainault@sorbonne-universite.fr
M2 Parcours Agrégation	**Nicola ABRAHAMIAN** tour 14-15, 2ème étage bureau 202	nicole.abrahamian@sorbonne-universite.fr
M2 Parcours Mathématiques fondamentales et certificat Big data	**Laurence DREYFUSS** tour 15-25, 1er étage bureau 109	laurence.dreyfuss@sorbonne-universite.fr
M2 Parcours "Mathématiques de la modélisation" et ingénierie	**Francelise HARDOYAL** tour 15-25, 1er étage bureau 107	francelise.hardoyal@sorbonne-universite.fr
M2 Parcours Statistiques	**Louise LAMART** tour 16-26, 1er étage bureau 108	louise.lamart@sorbonne-universite.fr
M2 Parcours "Probabilités et modèles aléatoires" et "Probabilités et finance"	**Josette SAMAN** tour 15-25, 1er étage bureau 107	josette.saman@sorbonne-universite.fr

11.2 Inscriptions

Les étudiants seront amenés à effectuer deux types différents d'inscriptions, qui se font en deux étapes *distinctes* et *successives*. Elles sont *toutes les deux obligatoires* pour pouvoir se présenter aux examens.

— **L' inscription administrative :** L'inscription administrative se fait auprès de la scolarité de Master. Elle permet la délivrance de la carte d'etudiant par la Scolarité centrale.

— **L'inscription pédagogique :** Il s'agit du choix du parcours et des unités d'enseignements (UE). Elle se fait auprès des secrétariats pédagogiques de la mention et des différentes spécialités. Elle conditionne l'inscription aux examens. Chaque étudiant devra choisir 2 contrats dans l'année, 1 par semestre d'examens. Pour chaque Unité d'Enseignement, il est organisé 2 sessions d'examen. Pour l'inscription aux UE du 1er semestre, se munir de la carte d'étudiant et d'une photo.

11.3 Calendrier du master 2019/2020

***Jours fériés** : Vendredi 1er novembre 2019 –Lundi 11 Novembre 2019 - Mercredi 25 Décembre 2019 – Mercredi 1er janvier 2020- Lundi 13 avril 2020 – Vendredi 1er mai 2020- Vendredi 8 mai 2020 - Jeudi 21 Mai 2020- Lundi 1erjuin 2020*
***Forum Emploi Maths** : Mardi 15 Octobre 2019*
***Atrium des métiers** : Jeudi 7 novembre 2019 - 10h30-16h.*

Master 1

Présentation du Master 1 Lundi 9 Septembre 2019 – 10h

Présentation des Parcours M2, Mercredi 11 Septembre 2019, 13h45.

1ER SEMESTRE

Cours

Du lundi 9 septembre au vendredi 06 Décembre 2019

TD

Du lundi 16 septembre au vendredi 13 décembre 2019

Ateliers OIP :

Examens 1èreSession Semestre 1

Du lundi 6 Janvier au vendredi 10 janvier 2020

Examens 2ème session Semestre 1

Du lundi 25 mai au vendredi 29 mai 2020

Interruption des enseignements

Samedi 26 octobre 2019-dimanche 3 novembre 2019

Arrêt des enseignements (vacances universitaires)

Samedi 21 décembre 2019 au dimanche 5 janvier 2020

2ème SEMESTRE

Cours

Du Lundi 13 janvier au vendredi 3 avril 2020

TD

Du Lundi 20 Janvier au vendredi 24 avril 2020

Semaine de révision

Du lundi 27 avril au samedi 2 mai 2020

Examen 1ère session Semestre 2

Lundi 4 mai au vendredi 15 mai 2020

Examens 2ème session Semestre 2

Du Mardi 2 juin au vendredi 12 juin 2020

Arrêt des enseignements (vacances universitaires)

Samedi 4 avril 2020 au dimanche 19 avril 2020

Master 2

Les cours débuteront début septembre pour plus d'information connectez-vous sur les sites des différents parcours